

O DEBATE SOBRE A CONVERGÊNCIA DE RENDAS *PER CAPITA*

Afonso Henriques Borges Ferreira¹

Versões convencionais do modelo neoclássico predizem que, em decorrência do fato de a utilização de fatores de produção estar sujeita a rendimentos marginais decrescentes, as rendas *per capita* das diferentes regiões de um país e, mesmo, dos países tenderiam à equalização, se satisfeita a condição de livre mobilidade de fatores.

Presuma-se a função de produção Cobb-Douglas dada por:

$$Y = A K^\alpha L^{1-\alpha} \quad (1)$$

onde: Y = produto;

K = estoque de capital;

L = força de trabalho;

A = nível da tecnologia.

Dada a presença de retornos constantes de escala, esta função pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{Y}{L} = A K^\alpha L^{-\alpha} = A k^\alpha \quad (2)$$

onde: Y/L = produto por trabalhador;

k = relação capital-trabalho.²

1 Professor Adjunto do Departamento de Ciências Econômicas e do CEDEPLAR da Faculdade de Ciências Econômicas da UFMG.

2 A renda *per capita* Y/P (onde P é a população da região ou país) é igual a (Y/L) (L/P), dependendo, assim, do produto por trabalhador (Y/L) e da taxa de participação na força de trabalho (L/P). No que se segue, para facilitar a exposição dos argumentos, se presumirá que L=P, de modo que não será necessário distinguir a renda *per capita* do produto por trabalhador. Tal distinção só terá relevância quando se estiver tratando, mais tarde, dos testes empíricos da hipótese de convergência, caso em que sempre se buscará deixar claro a qual das duas relações se refere o teste considerado.

O produto marginal do capital pode ser obtido a partir de (1) como:

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha A K^{\alpha-1} L^{1-\alpha} = \alpha A \left(\frac{1}{k}\right)^{1-\alpha} \quad (3)$$

Assim, supondo-se que A não difere entre as regiões ou países, o produto por trabalhador (ou a renda *per capita*), de acordo com (2), tenderia a ser maior nas regiões ou países com elevada relação capital-trabalho do que nas regiões ou países com relação capital-trabalho baixa. Os rendimentos do capital, porém, de acordo com (3), seriam maiores neste último grupo de regiões ou países. O capital, então, tenderia a fluir das áreas de renda *per capita* elevada para as áreas de baixa renda *per capita*, elevando, progressivamente, a relação capital-trabalho e a renda *per capita* destas até o nível alcançado naquelas (Lucas, 1990).

Este processo de convergência seria obviamente acelerado se o fator trabalho pudesse se mover livremente entre as regiões ou países. O trabalho, neste caso, se moveria no sentido inverso ao do capital, tendendo a aumentar mais rapidamente a relação K/L nos países (regiões) pobres e a reduzir mais rapidamente esta relação nos países (regiões) ricos, intensificando o ritmo da convergência entre os dois grupos de países (regiões).

O modelo neoclássico, nesta versão simplificada, prediz, portanto, que a existência de rendimentos marginais decrescentes no uso de fatores de produção tende a produzir a convergência das rendas *per capita*, em escala inter-regional e internacional.

Ocorre, porém, que a evidência empírica disponível em relação às rendas *per capita* dos países não confirma esta previsão - a distância que separa os países pobres dos países ricos, no que diz respeito às rendas *per capita*, não parece estar se reduzindo com o passar do tempo.³

Diante desta evidência, duas alternativas teóricas distintas vêm sendo exploradas pelos economistas neoclássicos. Um primeiro grupo de autores buscou "aumentar" o modelo neoclássico de cres-

3 A evidência quanto à convergência inter-regional de rendas *per capita* nos Estados Unidos e na Europa, entretanto, como se mencionará adiante, tem, em geral, validado a hipótese de convergência.

cimento, de modo a reconciliá-lo com a evidência empírica, retendo a hipótese de rendimentos marginais decrescentes e uma versão modificada da predição de convergência, enquanto um segundo grupo tem proposto modelos de crescimento (os chamados modelos de crescimento endógeno) em que o capital apresenta retornos constantes ou crescentes e em que, portanto, nenhuma tendência à convergência de rendas *per capita* se manifesta.

O ponto de partida deste debate talvez possa ser identificado nos artigos de Romer (1986) e Baumol (1986), publicados em meados da década de 80.

Romer (1986) menciona explicitamente a evidência de que a renda *per capita* dos países não tendeu a convergir, nos trinta anos compreendidos entre 1950 e 1980, como motivação para a construção do seu modelo de crescimento com retornos crescentes, o primeiro exemplar do que viria a se constituir numa nova e distinta categoria de modelos neoclássicos de crescimento.

Baumol (1986), por sua vez, argumentou que esta interpretação da evidência relativa à evolução das rendas *per capita* dos países era, pelo menos em parte, equivocada. Usando dados para 16 países capitalistas desenvolvidos (Estados Unidos, Canadá, Austrália, Japão e mais 12 países da Europa Ocidental), ele encontrou uma forte correlação inversa entre os níveis de produtividade dos países em 1870 e suas taxas médias de crescimento da produtividade entre 1870 e 1979. Uma relação semelhante, embora menos estreita, foi também por ele detectada nos dados de PIB *per capita*, para o período 1950/1980, relativos a 9 países socialistas e ao grupo de países de renda média incluídos numa amostra de 72 países. Apenas o grupo de países mais pobres, nesta última amostra, apresentou divergência nos PIBs *per capita*, entre 1950 e 1980. Baumol concluiu, assim, pela ocorrência de uma "*notável convergência da produtividade nas economias de mercado industrializadas, convergência aparentemente compartilhada pelas economias planejadas*" e que só não se verificava para os mais pobres dentre os países menos desenvolvidos (Baumol, 1986, p. 1072).

Em trabalho posterior, em que problemas de viés na seleção da amostra de países estudados, apontados por De Long (1988), foram contornados, Baumol, Wolff (1988) refinariam esta análise, reafirmando a sugestão inicial de que "*há mais de um clube de convergência*", isto é, uma tendência à convergência entre países pertencentes a um mesmo grupo (países industrializados, países de renda média, países socialistas, países menos desenvolvidos etc.), embora uma tendência geral à convergência não seja observada.

Mankiw *et al.* (1992) buscaram oferecer uma racionalização teórica para esta interpretação dos dados, utilizando o modelo neoclássico de crescimento de Solow. Seu argumento é o de que o fato de as rendas *per capita* dos países pobres e ricos não tenderem a convergir não só é compatível com o modelo de Solow, como, na verdade, se constitui num resultado predito por este modelo.

O modelo de Solow, de acordo com estes autores, postula que o nível da renda *per capita* de um país no *steady-state* é determinado pelas taxas de poupança e de crescimento populacional do país. Dado que estas taxas diferem entre países, seria de esperar que estes tendessem, no longo prazo, para níveis de rendas *per capita* distintos.⁴

4 A expressão para o logaritmo natural da renda *per capita*, derivada do que os autores chamam de versão livro-texto do modelo de Solow, corresponde a:

$$\ln \frac{Y}{L} = \ln A_0 + \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln s - \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln (n+g+\delta) \quad (4)$$

onde: Y = renda;

L = força de trabalho;

$A_0 = a + \varepsilon$ = termo que reflete a tecnologia, a dotação de fatores, o clima, as instituições econômicas e sociais do país etc., sendo **a** constante entre os países e ε um choque específico a cada país;

s = taxa de poupança;

n = taxa de crescimento da força de trabalho (ou da população);

g = taxa de mudança tecnológica;

δ = taxa de depreciação do capital fixo;

α = participação dos rendimentos do capital na renda total;

No apêndice, mostra-se como a equação (4) pode ser derivada a partir de uma versão ligeiramente modificada da função de produção postulada em (1).

Admitindo-se que g e δ não difiram significativamente entre os países, tem-se que o logaritmo natural da renda *per capita*, num ponto qualquer do tempo, varia diretamente com a taxa de poupança s e inversamente com a taxa de crescimento populacional n.

Se a evidência empírica de divergência é, neste sentido, consistente com o modelo de Solow, a influência da poupança e do crescimento demográfico sobre os níveis de renda *per capita* (definida, no trabalho sob consideração, como a razão entre o PIB e a população em idade de trabalhar) parece, entretanto, excessivamente elevada, à luz das predições daquele modelo, quando a equação (4) é estimada para diferentes grupos de países.⁵ Em outras palavras, o modelo de Solow, na sua versão livro-texto, prediz corretamente a **direção** dos efeitos da poupança e do crescimento demográfico sobre os níveis de renda *per capita*, mas parece subestimar a **magnitude** de tais efeitos.⁶

De acordo com Mankiw *et al.* (1992), isto se deveria a um erro de especificação na equação (4), consistente na omissão de uma variável relevante - o investimento em capital humano. Quando a equação (4) é reestimada com a inclusão desta variável, a nova especificação é validada pelos testes de hipótese usuais e os efeitos estimados da taxa de poupança destinada à formação de capital físico e do crescimento populacional sobre o nível de renda *per capita* são reduzidos para níveis compatíveis com as predições da teoria.⁷

Os autores sugerem, assim, que as diferenças nas rendas *per capita* de *steady state* dos países são determinadas basicamente por diferenças nas taxas de investimento em capital físico e capital humano e pela taxa de crescimento populacional. O modelo de Solow não prediria **convergência absoluta**, isto é, convergência das rendas *per capita* de todos os países para o mesmo nível, mas **convergência condicional**, ou seja, convergência para um mesmo nível das rendas *per capita* dos países com taxas idênticas de investimento em capital físico e humano e idênticas taxas de crescimento da população.

5 Os autores utilizaram, em suas estimativas da equação (4) e de outras versões do modelo analisadas no artigo mencionado, a base de dados conhecida como Penn World Table (PWT), construída por Summers, Heston (1988).

6 O valor absoluto esperado das elasticidades da renda *per capita* em relação à taxa de poupança s e à soma $(n+g+\delta)$, na equação (4), era de 0,5, dado que o valor de α , a parcela do capital na renda, para a amostra de países considerados, é de aproximadamente um terço. Os valores estimados para aquelas elasticidades e , portanto, o valor implícito de α , em diferentes estimativas da equação (4) efetuadas pelos autores, foram, entretanto, bastante superiores aos valores esperados. Note-se que, quanto mais elevado o valor de α , mais lentamente decrescem os rendimentos marginais do capital.

7 Esta nova especificação da equação para o logaritmo da renda *per capita* é dada pela expressão (A.11) no Apêndice.

Uma vez levadas devidamente em conta as diferenças entre os países no que diz respeito a estes três fatores, uma relação inversa e estatisticamente significativa pode ser observada entre as taxas de crescimento da renda *per capita* e o nível inicial desta variável, quando se faz uso das informações para o período 1960-1985 constantes da base de dados PWT (Summers, Heston, 1988). Mais ainda, esta convergência de rendas *per capita* se dá aproximadamente à taxa predita pela versão "aumentada" do modelo de Solow.⁸

No que diz respeito à teoria do crescimento, portanto, os autores postulam que o abandono do modelo de Solow e da hipótese de rendimentos decrescentes, em favor dos modelos de crescimento endógeno, não pode ser justificado empiricamente pela suposta ausência de convergência entre as rendas *per capita* dos países. Na verdade, muito ao contrário, a evidência empírica relacionada com esta questão se conformaria, de maneira bastante satisfatória, às predições do modelo de Solow.

Barro (1991, 1994) estende o exercício conduzido por Mankiw *et al.* (1992), adicionando, à equação destinada a testar a convergência internacional de rendas *per capita*, outras variáveis que também influenciariam o nível de renda *per capita* no *steady state*. Além da taxa de investimento em capital físico, do nível médio de escolaridade da população e da taxa de fecundidade, variáveis análogas às que aparecem no teste conduzido por Mankiw *et al.* (1992), a equação para o teste de convergência estimada em Barro (1994) incluiu ainda medidas da participação do consumo do governo na renda nacional, do grau de abertura da economia ao comércio internacional e da estabilidade política dos países, além de variáveis *dummy* para os países da África Sub-Sahariana e da América Latina.⁹

8 Esta taxa foi de 1,82% ao ano para a amostra de 75 países com informações de melhor qualidade e população superior a um milhão de habitantes em 1960, incluídos naquela base de dados. Uma taxa de convergência de 2% ao ano implica que os países necessitam de cerca de 35 anos para percorrer metade da distância que os separa da sua renda *per capita* de *steady state*, ou seja, implica que a convergência se dá a um ritmo bastante lento.

9 Esta lista de variáveis pode ser tomada como constituindo uma explicitação do termo $\ln A_0$, na equação (4). Algumas das variáveis listadas por Barro como determinantes da renda *per capita* dos países no *steady state* não foram levadas em conta nos testes empíricos por ele conduzidos, provavelmente por dificuldades de mensuração e/ou insuficiência de informações. A lista completa de Barro inclui "políticas do governo em áreas como as de tributação, proteção dos direitos de propriedade e provisão de serviços de infra-estrutura e educação", além de "fatores que os governos não podem influenciar prontamente, como as atitudes subjacentes em relação à poupança, disposição para o trabalho, fertilidade e disponibilidade de recursos" (Barro, 1994, p. 1).

Mantendo constantes estas variáveis, ou seja, controlando para o que seria o nível de renda *per capita* de *steady-state*, Barro encontrou, para o período 1960-1985, uma taxa de convergência da ordem de 1,8% ao ano, equivalente à estimada por Mankiw *et al.* (1992), confirmando a ocorrência de convergência condicional entre os países.¹⁰

Nos testes conduzidos por Barro, as variáveis destinadas a medir a importância relativa do gasto "improdutivo" do governo na economia (compras do governo não relacionadas com o investimento público, a educação e a defesa como proporção do produto interno bruto), as distorções no comércio internacional e o grau de instabilidade política dos países apresentaram, todas, coeficientes estatisticamente significativos e com sinal negativo, sugerindo a conclusão de que a "*interferência nos mercados e a instabilidade política afetam de forma adversa o crescimento econômico*", reduzindo a renda *per capita* no *steady state* (Barro, 1994, p. 16).¹¹

Coefficientes negativos e estatisticamente significativos foram obtidos por Barro também para as variáveis *dummy* representando os países da América Latina e da região sub-sahariana, o que leva à conclusão de que pelo menos parte da performance pouco satisfatória das economias daquelas duas áreas não se explica pelas baixas taxas de investimento em capital físico e humano, pelo rápido crescimento populacional, por possíveis ineficiências envolvidas no excesso de intervenção estatal e de protecionismo e pelo ambiente

10 Barro também fez uso da base de dados PWT (Summers, Heston, 1988).

11 Nesta mesma direção, Sachs, Warner (1995), dividiram a base de dados Summers-Heston em dois grupos de países: um primeiro grupo, formado por 35 países (23 países de alta renda e 12 países de baixa renda) que, no período 1970/1989, seguiram políticas liberais de comércio exterior e ofereceram proteção "adequada" aos direitos de propriedade, e outro grupo, composto de 82 países (dos quais apenas seis de alta renda), que seguiram políticas "inapropriadas", naquelas duas áreas. Os testes conduzidos sugeriram que os países do primeiro grupo formaram, no período considerado, um "clube de convergência incondicional" e apresentaram, em geral, taxas de crescimento mais elevadas do que as dos países do segundo grupo, que não evidenciaram a mesma tendência a convergência. Estes resultados levaram os autores a concluir que são opções erradas (mas reversíveis) de política econômica, mais do que diferenças nas tecnologias de produção ou no estoque inicial de capital humano, que explicam o fracasso dos países, no que toca à convergência - uma conclusão que consideram otimista, dado que implica que "*o crescimento convergente pode ser alcançado por todos ou virtualmente todos os países que sigam um conjunto razoável de políticas (...), incluindo manutenção da paz social, respeito aos direitos civis e políticos e (mais decisivamente) abertura da economia ao exterior*" (Sachs, Warner, 1995, p. 23).

pouco propício ao investimento, decorrente da instabilidade política que caracteriza estes países, mas se deve a fatores que Barro se reconheceu "*incapaz de medir diretamente*" (Barro, 1994, p. 18).

Se a convergência entre países só se manifesta na forma "condicional" descrita acima, seria de esperar, por outro lado, que, para as economias das diferentes regiões de um país qualquer, dada sua maior similitude em termos dos principais fatores que determinariam os níveis de renda *per capita* de *steady state*, a propriedade de convergência se manifestasse na forma absoluta, com as rendas *per capita* regionais tendendo a convergir, no longo prazo, para um mesmo valor.

Os testes de Barro, Sala-i-Martin (1991, 1992), baseados em dados para 47 estados americanos, no período 1880/1988, e para 73 regiões pertencentes a 7 países europeus, entre 1950 e 1985, confirmam a existência de convergência absoluta. Novamente, entretanto, se a *direção* do processo é corretamente predita pelo modelo neoclássico, a *velocidade* a que a convergência das rendas *per capita* se daria, de acordo com os resultados de ambos os exercícios, tende a ser superestimada pelo modelo. A razão para isto é a mesma apontada antes: o valor do parâmetro, implícito nas estimativas empíricas obtidas pelos autores, é bastante superior à parcela do capital nas estatísticas sobre distribuição funcional de renda, sugerindo que os rendimentos marginais decrescentes do capital só se manifestam muito lentamente.

Para reconciliar a teoria com a evidência empírica, a alternativa, tal como antes, é "*adotar uma definição mais ampla de capital, incluindo o capital humano - desempenho educacional, experiência de trabalho e saúde*" (Barro, 1994, p. 8).

Outra possibilidade, que resulta da discussão resenhada acima e é aventada por Barro, Sala-i-Martin (1992), consistiria em remover a hipótese de que o nível de tecnologia é idêntico nos diferentes países e regiões, permitindo que este difira e supondo que o processo de difusão tecnológica se dê apenas lentamente. Como se pode concluir a partir do exame da equação (3), quando o nível de tecnologia *A* difere entre os países, dois países com relação capital-trabalho distintas podem apresentar o mesmo produto marginal e, portanto, a mesma taxa de retorno para o capital, se a diferença no nível de tecnologia *A*, entre os países, compensar suficientemente a diferença na relação capital-trabalho. A equação (2), ao mesmo tempo, mostra que, neste caso, embora as taxas de retorno do capital tenham sido equalizadas e não haja mais incentivo para a migração do capital dos países ricos para os países pobres, o produto por trabalhador (e, assim,

as rendas *per capita*) dos países diferirão, com o país de mais alta relação capital-trabalho e tecnologia mais avançada apresentando, como seria de esperar, a renda *per capita* mais elevada. A convergência de rendas *per capita*, nestas circunstâncias, passaria a depender fundamentalmente da taxa de difusão tecnológica, ocorrendo apenas lentamente, à medida que o conhecimento fluísse dos países ricos para os países pobres.

Para resumir, a principal conclusão do recente debate sobre convergência parece ser a de que, com base na evidência disponível sobre a evolução das rendas *per capita* de um grande número de países, não é possível rejeitar uma versão "aumentada" do modelo de crescimento de Solow que contemple o investimento em capital humano e uma série de fatores exógenos, inclusive de natureza política e institucional, como variáveis que influenciam o nível da renda *per capita* no longo prazo.

O modelo de crescimento de Solow, nesta nova versão, antevê para os países e regiões mais pobres perspectivas bem menos otimistas do que aquelas antecipadas pela versão mais simples do modelo, na medida em que sugere, agora, que a existência de rendimentos marginais decrescentes no uso dos fatores de produção não é uma força poderosa o suficiente para, sozinha, promover a equiparação da renda *per capita* daqueles países à dos países desenvolvidos. Os países e regiões pobres, de acordo com a nova interpretação do modelo, estão provavelmente convergindo para níveis de renda *per capita* de longo prazo mais baixos do que aqueles observados nos países e regiões mais prósperas, a um ritmo provavelmente bastante lento.

Quanto às recomendações de política que podem ser extraídas desta nova versão "aumentada" do modelo de Solow, algumas, possivelmente, são passíveis de ser perfilhadas por economistas de diferentes orientações teóricas (como as que enfatizam a importância, para os países em desenvolvimento, de aumentar suas taxas de investimento, tanto em capital físico como em capital humano, ou a necessidade de reduzir o ritmo de crescimento demográfico), enquanto outras mantêm um corte mais nitidamente neoclássico (como as que enfatizam a necessidade de reduzir a despesa de consumo do governo ou as "distorções" no comércio exterior).

A respeito deste segundo grupo de recomendações de política, convém ter em mente a ressalva recentemente feita por Levine, Renelt (1992) e Levine, Zervos (1993) de que a conexão empírica, observada em regressões como as descritas acima, entre a maior parte dos indicadores relativos a tais políticas e as taxas de crescimento da

renda *per capita* no longo prazo não é robusta, sendo os resultados obtidos bastante sensíveis a pequenas alterações no conjunto de variáveis explanatórias e na amostra de países adotada, com ligeiras modificações num ou noutra levando a conclusões bastante distintas (e mesmo diametralmente opostas) quanto à relação entre políticas específicas e taxas de crescimento da renda *per capita*.

Também nesta mesma direção de relativizar o impacto da adoção de políticas "corretas" na determinação das taxas de crescimento dos países, Easterly *et al.* (1993) mostraram que as taxas de crescimento do produto por trabalhador variam fortemente ao longo do tempo, enquanto as características (inclusive as políticas econômicas) dos países são bastante persistentes. Em outras palavras, embora as políticas adotadas pelos países não mudem com frequência, seu desempenho macroeconômico é bastante instável - "*com algumas poucas e famosas exceções, os mesmos países não são bem sucedidos período após período; os países costumam ser 'histórias de sucesso', num período, e fracassos, no período seguinte*" (Easterly *et al.*, 1993, p. 460).

Estes autores verificaram ainda que boa parte da variância das taxas de crescimento pode ser explicada por choques relacionados com os termos de troca. Quando variáveis medindo tais choques são acrescentadas a regressões do tipo Barro, elas apresentam um elevado poder explicativo em comparação com as variáveis de política.¹² O fato de que estes choques apresentam, eles próprios, uma persistência reduzida é apontado como uma evidência a mais da sua relevância para a explicação das (também pouco persistentes) taxas de crescimento.

De modo geral, a constatação de que muito da variação nas taxas de crescimento se explica pela ação de choques aleatórios recomendaria, segundo estes autores, cautela ao se relacionar a ocorrência de altas taxas de crescimento à adoção de "boas" políticas.

12 Além dos choques nos termos de troca, foram também acrescentadas à regressão Barro, no trabalho sob exame, medidas de choques relacionados com a dívida externa dos países, as transferências internacionais e a ocorrência de guerras. Apenas os choques nos termos de troca, porém, apresentaram efeitos significativos sobre as taxas de crescimento (em parte devido a problemas de multicolinearidade).

APÊNDICE

A DETERMINAÇÃO DA RENDA *PER CAPITA* NO MODELO DE CRESCIMENTO DE SOLOW

Neste Apêndice, para informar a discussão conduzida anteriormente, se apresenta, de forma detalhada, a derivação da "versão livro-texto" do modelo de crescimento de Solow, seguindo Mankiw *et al.* (1992). A versão "aumentada" deste modelo, proposta por aqueles autores, como é indicado no final do Apêndice, se constitui numa mera extensão da versão mais simples aqui discutida.

Presuma-se a função de produção Cobb-Douglas com retornos constantes de escala:

$$Y = K^\alpha (AL)^{1-\alpha} \quad 0 < \alpha < 1 \quad (\text{A.1})$$

onde: Y = produto;

K = estoque de capital;

L = força de trabalho;

A = nível da tecnologia;

AL = número de unidades efetivas de trabalho.¹³

O estoque de capital por unidade efetiva de trabalho, dado por $k = K/AL$ ¹⁴, varia no tempo de acordo com:

$$\frac{dk}{dt} = \frac{AL \frac{dK}{dt} - K \left(\frac{dA}{dt} L + \frac{dL}{dt} A \right)}{(AL)^2}$$

expressão que pode ser simplificada para:

$$\frac{dk}{dt} = \frac{1}{AL} \frac{dK}{dt} - \frac{K}{AL} \left(\frac{dA}{dt} \frac{1}{A} + \frac{dL}{dt} \frac{1}{L} \right)$$

13 As variáveis Y, K, L e A são todas funções do tempo. Para simplificar a notação, entretanto, o subscrito t não aparece explicitamente na equação (A.1) e nas demais expressões derivadas ao longo da demonstração que se segue.

14 Note-se que a letra minúscula k representa, neste Apêndice, o capital por unidade efetiva do fator trabalho e não, como no corpo do artigo, o capital por trabalhador.

Fazendo a taxa de mudança tecnológica e a taxa de crescimento populacional, ambas determinadas exogenamente, iguais a, respectivamente, g e n , a equação acima pode ser reescrita como:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{1}{AL} \frac{dK}{dt} - k(n + g) \quad (\text{A.2})$$

Considerando que a variação do estoque de capital ao longo do tempo corresponde a:

$$\frac{dK}{dt} = I - \delta K$$

onde: I = investimento bruto;
 δ = taxa de depreciação.

tem-se, substituindo a expressão acima na equação (A.2):

$$\frac{dk}{dt} = \frac{I}{AL} - \delta k - k(n + g)$$

Multiplicando e dividindo o primeiro termo do lado direito desta expressão por Y , resulta:

$$\frac{dk}{dt} = \frac{I}{Y AL} - k(n + g + \delta)$$

Por fim, representando por y o produto por unidade efetiva de trabalho e por s a taxa de poupança bruta, chega-se a:

$$\frac{dk}{dt} = s y - k(n + g + \delta) \quad (\text{A.3})$$

A partir da equação (A.1), tem-se que:

$$y = \frac{Y}{AL} = K^\alpha (AL)^{-\alpha} = k^\alpha \quad (\text{A.4})$$

Substituindo (A.4) em (A.3), resulta:

$$\frac{dk}{dt} = s k^\alpha - k(n + g + \delta)$$

No *steady-state*, $dk/dt=0$, o que implica:

$$s k^\alpha = k(n + g + \delta) \quad (\text{A.5})$$

de modo que o valor do capital por unidade efetiva de trabalho no *steady-state* corresponderá a:

$$k^* = \left(\frac{s}{n + g + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (\text{A.6})$$

A partir de (A.4), se verifica que o produto por trabalhador Y/L equivale a:

$$\frac{Y}{L} = A k^\alpha \quad (\text{A.7})$$

Substituindo a expressão para k^* em (A.6) na equação (A.7), obtém-se:

$$\frac{Y}{L} = A \left(\frac{s}{n + g + \delta} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

Considerando que o nível de tecnologia A evolui conforme: $A = A_0 e^{gt}$, tem-se:

$$\frac{Y}{L} = A_0 e^{gt} \left(\frac{s}{n + g + \delta} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

Linearizando a equação acima, tomando logaritmos dos dois lados, resulta em:

$$\ln \frac{Y}{L} = \ln A_0 + gt + \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln s - \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln(n + g + \delta) \quad (\text{A.8})$$

Supondo que g e δ não difiram entre os países, as rendas *per capita* dos países variarão diretamente com a taxa de poupança s e inversamente com a taxa de crescimento populacional n . O modelo prediz, além do sinal, também a magnitude das elasticidades da renda *per capita* em relação à taxa de poupança e à soma $(n+g+\delta)$, postulando o mesmo valor absoluto para estas elasticidades de $[\alpha/(1-\alpha)]$. Dado que o modelo presume retornos constantes de escala e, portanto, que os rendimentos dos fatores de produção equivalem a seus produtos marginais, o parâmetro corresponde à parcela do capital na renda.

Quanto ao termo $\ln A_0$, pode ser tomado como refletindo a influência não apenas da tecnologia no sentido estrito, mas também de outros fatores exógenos, como a dotação de recursos naturais e o clima e as instituições e políticas governamentais que afetam os direi-

tos de propriedade, a provisão de serviços de infra-estrutura, a estrutura tributária etc. (ver, a este respeito, também Barro e Sala-i-Martin, 1991, p. 109). Dessa maneira, pode-se escrever:

$$\ln A_0 = a + \varepsilon$$

onde: a = uma constante

ε = um choque específico a cada país.

Por fim, substituindo esta expressão em (A.8), chega-se a:

$$\ln \frac{Y}{L} = a + \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln s - \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln(n+g+\delta) + \varepsilon \quad (\text{A.9})$$

que é a expressão para o logaritmo da renda *per capita*, num ponto qualquer do tempo $t=0$, obtida a partir do que Mankiw *et al.* (1992) chamam de versão livro-texto do modelo de crescimento de Solow.

A versão "aumentada" deste modelo corresponde à reformulação da equação (A.1), como segue:

$$Y = K^\alpha H^\beta (AL)^{1-\alpha-\beta} \quad (\text{A.10})$$

onde H = estoque de capital humano.

Um procedimento similar ao que permitiu a derivação da equação (A.9), a partir da equação (A.1), resulta, quando aplicado à equação (A.10), na expressão:

$$\ln \frac{Y}{L} = a + \frac{\alpha}{1-\alpha-\beta} \ln s_k + \frac{\beta}{1-\alpha-\beta} \ln s_h - \frac{\alpha+\beta}{1-\alpha-\beta} \ln(n+g+\delta) + \varepsilon \quad (\text{A.11})$$

onde: s_k = taxa de poupança destinada à formação de capital físico;

s_h = taxa de poupança destinada à formação de capital humano.

Uma expressão alternativa para o logaritmo da renda *per capita*, que igualmente pode ser derivada da equação (A.10), é:

$$\ln \frac{Y}{L} = a + \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln s_k + \frac{\beta}{1-\alpha} \ln h^* - \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln(n+g+\delta) + \varepsilon \quad (\text{A.12})$$

onde $h = H/AL$.

BIBLIOGRAFIA

- BARRO, R. Economic growth in a cross section of countries. *Quarterly Journal of Economics*, v. 106 (May), p. 407-443, 1991.
- , *Economic growth and convergence*: International Center for Economic Growth. Occasional Papers 46, 1994.
- ---, SALA-I-MARTIN, X. Convergence across states and regions. *Brookings Papers on Economic Activity*, v. 1, p. 107-182, 1991.
- , -----, Convergence. *Journal of Political Economy*, v. 100, n. 2, p. 223-251, 1992.
- BAUMOL, W. Productivity growth, convergence and welfare: what the long-run data show. *American Economic Review*, v. 76, n. 5, p. 1072-1085, 1986.
- , WOLFF, E. Productivity growth, convergence and welfare: reply. *American Economic Review*, v. 78, n. 5, p. 1155-1159, 1988.
- DE LONG, B. Productivity growth, convergence and welfare: comment. *American Economic Review*, v. 78, n. 5, p. 1138-1154, 1988.
- EASTERLY, W., KREMER, M., PRITCHETT, L., SUMMERS, L. Good policy or good luck? Country growth performance and temporary shocks. *Journal of Monetary Economics*, v. 32, p. 459-483, 1993.
- LEVINE, R., RENELT, D. A sensitivity analysis of cross-country growth regressions. *American Economic Review*, v. 82, n. 4, p. 942-963, 1992.
- , ZERVOS, S. What have we learned about policy and growth from cross-country regressions? *American Economic Review*, v. 83, n. 2, p. 426-430, 1993.
- LUCAS, R. Why doesn't capital flow from rich to poor countries? *American Economic Review*, v. 80, n. 2, p. 92-96, 1990.
- MADDISON, A. Explaining the economic performance of nations. In: BAUMOL, J., NELSON, R., WOLFF, E. (eds.). *Convergence of productivity: cross national studies and historical evidence*. Oxford University Press, 1994.

- MANKIW, N., ROMER, D., WEIL, D. A contribution to the empirics of economic growth. *Quarterly Journal of Economics*, v. 107, p. 407-437, 1992.
- ROMER, P. Increasing returns and long-run growth. *Journal of Political Economy*, v. 94, n. 5, p. 1002-1037, 1986.
- . The origins of endogenous growth. *Journal of Economic Perspectives*, v. 8, n. 1, p. 3-22, 1994.
- SACHS, J., WARNER, A. Economic convergence and economic policies. *National Bureau of Economic Research*, Working Paper 5039, 1995.
- SUMMERS, R., HESTON, A. A new set of international comparisons of real product and price levels: estimates for 130 countries. *Review of Income and Wealth*, v. 34, p. 1-25, mar., 1988.
- , ----- . The Penn World Table (Mark 5): an expanded set of international comparisons (1950/1988). *Quarterly Journal of Economics*, v. 106, p. 327-368, may., 1991.