
Um enfoque Matemático e Estatístico para a Análise do Custo-Volume-Lucro e suas Hipóteses Simplificadoras

Rodrigo José Guerra Leone ¹
George Sebastião Guerra Leone ²

• Artigo recebido em: 24.03.2008 •• Artigo aceito em: 08.09.2008 ••• Segunda versão aceita em: 18.11.2008

Resumo

A análise do custo-volume-lucro (CVL) é um instrumento contábil de grande valor no processo de planejamento das empresas. Apesar disso, deve-se utilizá-la tendo ciência de que se apóia em pressuposições simplificadoras que distorcem a realidade e são bastante sentidas no curto prazo. Por meio de uma pesquisa descritiva e bibliográfica, o presente trabalho consiste do levantamento das simplificações impostas à realidade a fim de tornar a análise do ponto de equilíbrio um instrumento representativo das relações entre custos, volume e lucro; da descrição das implicações matemáticas decorrentes dessas simplificações; e da apresentação de metodologias existentes na literatura específica da área contábil para lidar com essas simplificações e atenuar seus efeitos limitativos.

Palavras-chave: Análise Custo-Volume-Lucro. Hipóteses. Limitação. Enfoque Matemático. Enfoque estatístico.

¹ Doutor em Engenharia de Sistemas e Computação. Professor da Universidade Potiguar – RN. Endereço: Rua Lindolfo José Correa das Neves, 419/802 – Bessa – João Pessoa – PB. Fone: (83) 3245-6395. E-mail: rodrigo@digivox.com.br.

² Doutor em Contabilidade. Professor da Universidade Federal da Paraíba. Endereço: Rua Lindolfo José Correa das Neves, 419/802 – Bessa – João Pessoa – PB. Fone: (83) 3245-6395. E-mail: r.leone@uol.com.br.

Mathematical and Statistical approach for the Cost-Volume-Profit Analysis and its Limiting Assumptions

Abstract

The cost-volume-profit (CVP) analysis is a very useful managerial tool in the planning process of the companies. Despite of it, one must use it knowing about its limitations that distort the real world. In this way, CVP analysis is rather indicated for the strategic decisions of the company, since in the long term, these shortcomings “are diluted” and, therefore, seem less heavy. The goal of this work is to study, based on a descriptive and bibliographical research, the simplifying hypothesis of the CVP analysis, its particular restrictions related to the loss of realism and its mathematical and statistical implications, and present some of the methodologies used to minimize the limiting effects of these hypothesis.

Keywords: Cost-Volume-Profit Analysis. Assumptions. Limitation. Mathematical Approach. Statistical Approach.

1 Introdução

A análise do custo-volume-lucro (CVL), também conhecida como análise do ponto de equilíbrio, é uma das ferramentas analíticas mais consagradas e, ainda assim, uma das mais simples apresentadas na Contabilidade Gerencial (GUIDRY et. al, 1998). De forma geral, oferece a gerencia uma clara visão econômica do processo de planejamento (HORNGREN et. al. *apud*. GUIDRY et. al., 1998), permitindo examinar os possíveis impactos de uma larga classe de decisões estratégicas (PORTUGAL, 1999).

Para Atkinson e colaboradores (2000, 183), “compreender o comportamento dos custos em resposta às mudanças nos níveis de atividades de produção e vendas é claramente crítico para a administração de muitas empresas”. Dentre os inúmeros modelos de avaliação e previsão desse comportamento, destaca-se a análise do ponto de equilíbrio, contextualizada em Leone e Leone (2002: 53) como “uma parte da análise das relações existentes entre os fatos econômicos: o custo, o volume e o lucro”, por sua simplicidade teórica e pela facilidade na análise de sensibilidade. Guidry e colaboradores (1998, 74) ratificam essa afirmação enfatizando que tal simplicidade é remarcável, já que “armado com apenas três dados de entrada – preço de

venda, custo variável unitário e custos fixos – o analista pode avaliar os efeitos das decisões que potencialmente alteram a natureza básica da empresa”.

Entretanto, um modelo simplificado, menos rico em detalhes, tem sempre seus prós e contras. Ao utilizá-lo, o analista, o contador, o professor ou o estudante, precisa saber administrar suas limitações e fraquezas. A análise do custo-volume-lucro, no caso, possibilita apenas uma visão superficial dentro do processo de planejamento das operações. Como enfatiza Maher (2001: 454), “uma vantagem da análise CVL é a sua simplicidade. O preço dessa simplicidade, entretanto, é um conjunto de pressuposições que resulta em certa perda de realismo”. Essas pressuposições – aqui chamadas de hipóteses simplificadoras – enfraquecem os resultados, fato sentido com bastante intensidade no curto prazo, contudo em menor intensidade no longo prazo. Por isso, o analista deve ter conhecimento de que o maior objetivo do estudo das relações custo-volume-lucro é fornecer informações necessárias à tomada de decisões estratégicas dentro da empresa (LEONE, LEONE, 20021).

A literatura específica das áreas de Administração, de Contabilidade de Custos e de Contabilidade Gerencial está repleta de teorias e testes relativos à análise CVL. Estudos de caso (COELHO, 2005; RESENDE; FREIRE FILHO, 2005) e as falhas da análise CVL convencional já foram bastante bem documentadas (MALOO, 1991). Devine (1961: 13) afirma que “os contadores sempre foram especialmente cuidadosos em relação à explicação das limitações dos resultados, nos horizontes de tempo e nas condições iniciais sob as quais e para as quais as predições são válidas”.

Para Maloo (1991: 29), algumas decisões referentes à fabricação e à venda dos produtos continuam “baseadas nas suposições de que os custos e os preços de venda são conhecidos com certeza e que a quantidade produzida é determinada com o perfeito conhecimento da limitação de demanda”. E acrescenta que isso faz da análise CVL convencional “um modelo determinístico em que três das quatro variáveis são conhecidas desde o início”.

Essa característica determinística é responsável pelo grande trunfo da análise CVL: sua simplicidade, (LEONE, 1998; ATKINSON *et al.*, 2000; MAHER, 2001; HORNGREN *et. al.* 2004), oriunda de uma série de simplificações, conforme comentado anteriormente. Yunker (2006: 161) ratifica a opinião afirmando que “as limitações do modelo básico são bastante

conhecidas dos analistas, mas no julgamento dos vários usuários, a simplicidade e a facilidade de uso da metodologia sobrepõem-se àquelas limitações”.

O presente trabalho consiste, basicamente, em analisar e responder as seguintes questões: (1) que simplificações são impostas à realidade a fim de tornar a análise do ponto de equilíbrio um instrumento representativo das relações entre custos, volume e lucro? (2) quais as implicações matemáticas decorrentes dessas simplificações? e (3) que metodologias existem na literatura específica da área contábil para lidar com essas simplificações e atenuar seus efeitos limitativos?

Dessa forma, pretende-se estudar, por meio de uma pesquisa descritiva e bibliográfica, as hipóteses simplificadoras da análise CVL, suas limitações práticas, no sentido de perda de realismo e suas implicações matemáticas e estatísticas, no sentido de facilitar os gráficos e suas interpretações, os cálculos, modelos e aprendizado.

2 Hipóteses Simplificadoras

Todos os autores que tratam de Contabilidade Gerencial, nacionais ou estrangeiros, sem exceção, dedicam um capítulo de suas obras à análise CVL: mostram equações, gráficos, exemplos, apresentam a motivação para essa análise e alertam para a existência de simplificações que restringem seu uso, porém poucos se aprofundam em suas explicação e implicações. Entre os que o fazem, pode-se citar (ATKINSON et. al., 2000; MAHER, 2001; HORNGREN et. al., 2000; HANSEN; MOWEN, 2000; ROBLES JR., 2008; JIAMBALVO, 2002; ELDENBURG; WOLCOTT, 2007; LEONE; LEONE, 2004; KAPLAN, 1982).

Atkinson e colaboradores (2000), de forma explícita, apenas lembram que, na análise do ponto de equilíbrio, os níveis de venda e produção são assumidos como sendo iguais. Em forma de exemplos, trata dos problemas relativos à capacidade de produção, à variabilidade dos custos, das receitas e dos recursos e aos múltiplos produtos e atividades. Para Maher (2001), uma pressuposição simplificadora é a suposição de linearidade da receita total e dos custos totais na faixa de volume denominada de intervalo relevante. Isso significa que as receitas e os custos variáveis se alteram proporcionalmente ao volume e os custos fixos não se alteram com o volume. Vale

ressaltar que Maher é um dos poucos autores a diferenciar as visões contábil e econômica, principalmente no aspecto da não-linearidade das receitas e dos custos. Horngren e colaboradores (2000: 45) apresentam de forma bastante clara, além das suposições identificadas em (MAHER, 2001), as três suposições a seguir:

(1) o preço de venda unitário, os custos variáveis unitários e os custos fixos são conhecidos; (2) a análise abrange tanto um único produto quanto supõe que um dado *mix* de receita de produtos permanecerá constante mesmo quando a quantidade total de unidades vendidas se alterar; e (3) todas as receitas e custos podem ser adicionados e comparados sem levar em consideração o valor do dinheiro no tempo.

Hansen e Mowen (2000: 607) e Robles Jr. (2008) repetem a questão da linearidade e da identificação precisa das receitas e dos custos, assim como Jiambalvo (2002: 86) e Eldenburg e Wolcott (2007: 101) – essas últimas, porém, enfatizando as incertezas, sejam elas decorrentes de causas internas ou externas à empresa –, e acrescentam que “a análise supõe que o que é produzido é vendido”. Sobre essa simplificação, Leone (2004 e 2008) apenas exige a não existência de variações significativas nos estoques inicial e final de produtos acabados.

Entre todos os autores citados, é em Kaplan (1982) que se encontra o maior aprofundamento, tanto nas explicações e limitações práticas das simplificações, quanto nas implicações matemáticas delas decorrentes, assim como na apresentação de propostas para atenuar seus efeitos. Para o autor, ainda são simplificações os seguintes fatores: os preços de venda não oscilam, tecnologia, eficiência e produtividade permanecem constantes, apenas o volume é relevante, receitas e custos são comparados com base em um único direcionador de atividade, a análise acontece em um período único e não há restrições sobre a produção.

O levantamento bibliográfico anterior permitiu o agrupamento das limitações nas seguintes sete hipóteses simplificadoras:

Hipótese 1: Os custos e as receitas variam de acordo com um único direcionador.

Hipótese 2: O direcionador depende de um único produto.

Hipótese 3: O preço de venda unitário, o custo variável unitário e os custos fixos são constantes ao longo do intervalo relevante de valores para direcionador.

Hipótese 4: As unidades produzidas são iguais às unidades vendidas, isto é, não há variação de estoque. Ou, de uma forma mais abrangente, os custos e as receitas têm o mesmo direcionador.

Hipótese 5: Havendo mais de um produto, o *mix* de vendas se mantém constante.

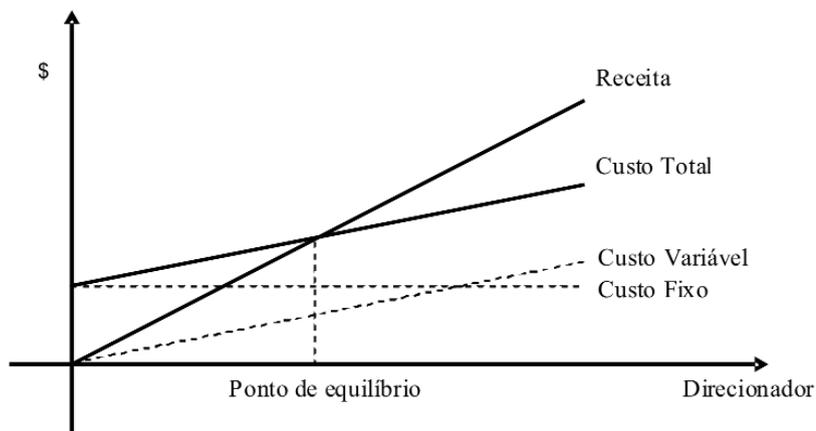
Hipótese 6: Não há consideração do valor do dinheiro no tempo, ou a análise é feita para um período simples.

Hipótese 7: Não há probabilidade (risco) envolvida.

3 A Matemática e a Estatística Inerentes às Hipóteses Simplificadoras

É comum que as obras sobre Contabilidade de Custos e Gerencial, ou trabalhos sobre a análise CVL, em algum momento, apresentem o gráfico a seguir:

Gráfico 1: Ponto de equilíbrio considerando as funções custo e receita.
 $\text{Custo Total} = \text{Custo Variável} + \text{Custo Fixo}$



Entretanto, para traçar os gráficos anteriores, são necessárias as sete hipóteses simplificadoras listadas na introdução. A seguir, apresenta e comentam-se essas hipóteses, obedecendo a uma seqüência lógica e a mais didática possível.

Hipótese 1: Os custos e as receitas variam de acordo com um único direcionador.

Segundo Leone e Leone (20021: 58), “Os custos e as despesas são de diversos tipos. Cada um tem um comportamento diferente diante de diferentes bases de volume...” e ainda “as receitas variam segundo outros direcionadores, e não de acordo com uma única base”.

O mais comum é considerar esses direcionadores como as unidades produzidas no caso dos custos e as unidades vendidas no caso da receita. As horas/máquina, o percentual da capacidade produtiva, as horas de mão-de-obra são outros exemplos de direcionadores de custos. Assumir essa hipótese significa, matematicamente, simplificar as funções custo e receita como funções de uma única variável, permitindo que sejam traçados seus gráficos no plano cartesiano, com o eixo horizontal representando, justamente, esse único e exclusivo direcionador, isto é:

Gráfico 2: Dois eixos cartesianos – apenas um direcionador



Havendo mais de uma variável, necessita-se de outros eixos ortogonais, confundindo a percepção e complicando a análise. Como atentam os mesmos autores (20021: 58), “Fica difícil o emprego útil da análise quando se sabe que existem no problema múltiplos direcionadores, ou bases de volume”.

Hipótese 2: O direcionador depende de um único produto.

Em outras palavras, a análise deve considerar que apenas um produto é fabricado ou vendido. Havendo mais de um produto, recai-se no problema anterior dos múltiplos direcionadores, a menos que o *mix* de produção ou de venda se mantenha fixo (ver hipótese 5). Assim sendo, essa hipótese assegura o mesmo resultado da hipótese 1.

Hipótese 3: O preço de venda unitário, o custo variável unitário e os custos fixos são constantes ao longo do intervalo relevante de valores para direcionador.

Segundo Leone e Leone (20021: 58), “O preço de venda do serviço ou do produto pode variar ao longo da capacidade de produção”; “O custo variável unitário do serviço ou do produto pode variar ao longo da capacidade de produção” e “Os custos fixos podem variar por degraus”. Matematicamente, essa hipótese consiste em fixar os coeficientes nas expressões do custo, da receita e do lucro e, em conjunto com as hipóteses 1 e 2, torná-las funções lineares. Assim, tem-se.

$$C = CV_u \times U_p + CF$$

$$R = PV_u \times U_v$$

$$L = R - C = PV_u \times U_v - (CV_u \times U_p + CF)$$

onde:

C são os custos totais

CV_u é o custo variável unitário

CF são os custos fixos

R é a receita

PV_u é o preço de venda unitário

L é o lucro

U_p são as unidades produzidas

U_v são as unidades vendidas.

Vale observar que as funções custo e receita possuem apenas um direcionador, enquanto que a função lucro possui dois. Esse fator de complicação é contornado pela hipótese 4.

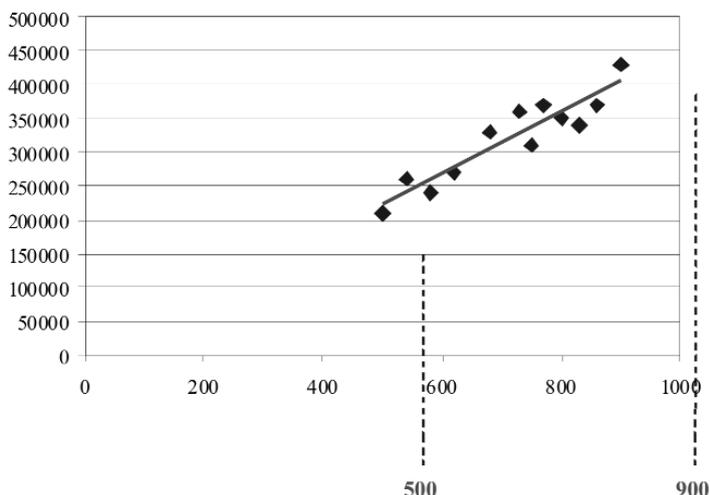
Em Leone e Leone (2001), encontram-se cálculos, gráficos, resultados e análises originários da não adoção dessa hipótese. No trabalho em questão, os autores tratam da obtenção do(s) ponto(s) de equilíbrio no caso de mudanças no preço de venda unitário, no custo variável unitário e nos custos fixos. Mais ainda, estudam com detalhes o caso em que o preço de venda cai uniformemente com o aumento da demanda, transformando a receita em uma função quadrática.

A gerência dificilmente precisará levar em conta essas complicações, haja vista a simplicidade e abrangência da análise do ponto de equilíbrio (com as hipóteses simplificadoras) na resolução de seus problemas. Já os economistas, que trabalham com funções quadráticas, não raramente, se deparam com problemas com dois pontos de equilíbrio. Neste ponto, é interessante o aprofundamento sobre a questão do intervalo para o qual a hipótese 3 é válida.

Foi comentado anteriormente que a análise CVL tem, como um de seus objetivos, fornecer informações para a tomada de decisões e para o planejamento estratégico das empresas. Muitas vezes, os dados para essa tomada de decisão são intuitivos da gerência: baseado em sua experiência, o gerente se sente apto a prever os valores do preço de venda e do custo variável unitário, que serão, respectivamente, praticados e influenciados pelo mercado, e dos custos fixos, intrínsecos a sua empresa, e, assim, opta por utilizá-los nos cálculos e nas análises. Nesse caso, a preocupação com o intervalo relevante é mínima. Em outros casos, o gerente pode se valer dos dados históricos e proceder a uma análise de regressão (linear e simples, para não ir de encontro às hipóteses simplificadoras), isto é, tomar uma amostra do que aconteceu nos anos anteriores, para encontrar a relação entre a receita e as quantidades vendidas e a relação entre os custos e as quantidades produzidas. Nesse caso, o cuidado com os valores máximo e mínimo dos dados (observações amostrais) que utilizou deve ser total, porque os coeficientes de determinação para as relações obtidas pela regressão só se aplicarão aos intervalos formados por aqueles valores. Por exemplo, suponha que a função custo foi obtida a partir de uma amostra de

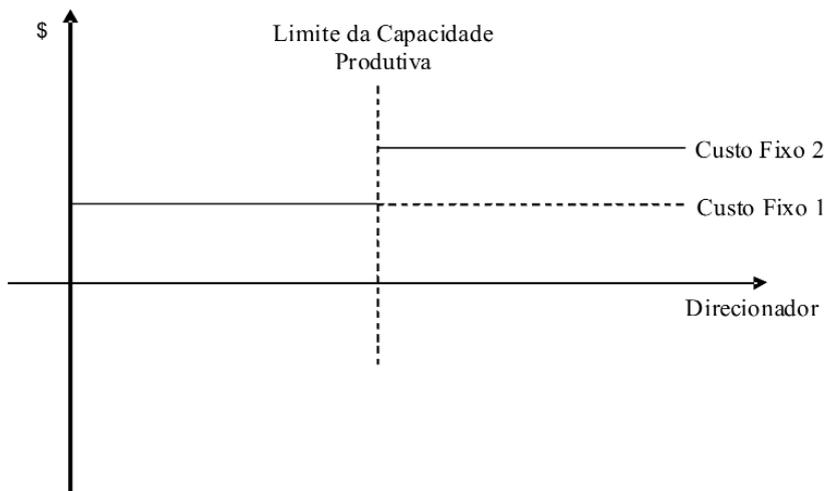
quantidades mensais produzidas (12 observações) ao longo do último ano e que a quantidade produzida atingiu seu máximo (900 unidades), no mês de novembro, e seu mínimo (500 unidades), em maio. O Contador de Custos deve proceder à análise do ponto de equilíbrio atento a esses limitantes, pois apenas nesse intervalo (de 500 a 900), ele tem a garantia estatística (dado pelo coeficiente de determinação) da validade e precisão da função custo. Um gráfico, obtido pela análise de regressão, do comportamento dos custos para ilustrar esse exemplo pode ser dado por:

Gráfico 3: Reta de regressão linear para uma dispersão de pares (produção; custo). Coeficiente de determinação – R^2 igual a 86,55%. A reta se limita ao intervalo relevante.



Outro exemplo é o caso dos custos fixos em degraus. A fim de conservar a simplicidade dos cálculos, o Contador de Custos deve se ater a análise do ponto de equilíbrio no intervalo em que os custos fixos são constantes, tanto que sua representação gráfica (ver gráfico 1) é um segmento de reta paralelo ao eixo horizontal. Na prática, o intervalo em que a capacidade produtiva é respeitada. Aumentar a produção além da capacidade implicaria na contratação de novos supervisores, compra de novas máquinas, aumento das instalações (investimento ou aluguel) e, conseqüentemente, em custos fixos em um patamar superior, podendo dar origem a mais de um ponto de equilíbrio. Graficamente, ter-se-ia:

Gráfico 4: Intervalo com dois patamares para os custos fixos. Violação da capacidade produtiva.



Hipótese 4: As unidades produzidas são iguais às unidades vendidas. Ou, de uma forma mais abrangente, os custos e as receitas têm o mesmo direcionador.

Essa é uma hipótese central. Graças a ela, pode-se colocar a variável, ou direcionador, em evidência e trabalhar com a margem de contribuição unitária, fazendo com que a função lucro também seja linear e de uma variável. De fato, na equação do lucro, considerando:

$$u_p = u_v$$

tem-se:

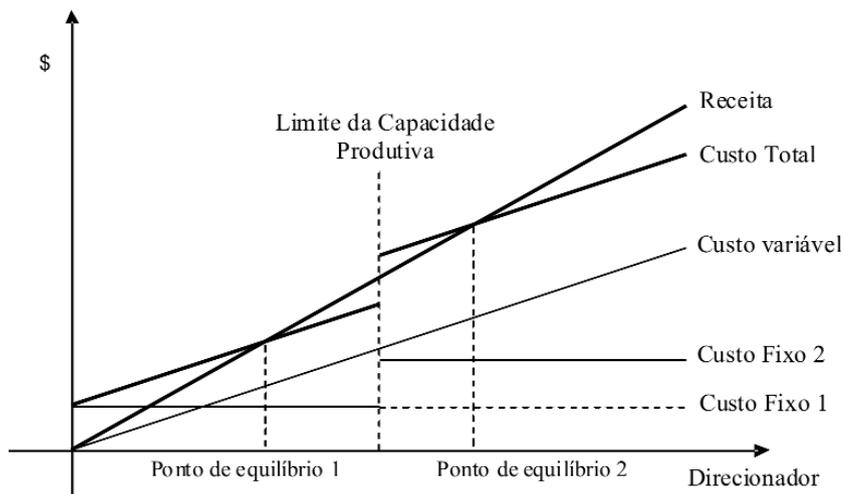
$$\begin{aligned} L &= PV_u \times u_v - (CV_u \times u_p + CF) = PV_u \times u_v - (CV_u \times u_p + CF) \\ &= PV_u \times u_v - CV_u \times u_p - CF = (PV_u - CV_u) \times u_p - CF \\ &= MC_u \times u_p - CF, \end{aligned}$$

onde: MC_u é a margem de contribuição unitária. Daí, e somente assim, pode-se encontrar o ponto de equilíbrio (PE):

$$PE = \frac{CF}{MC_u}$$

Apenas nesse ponto, assumidas as hipóteses 1, 2, 3 e 4, pode-se traçar o gráfico 1 da análise CVL. Assim, é interessante apresentar um gráfico ilustrativo das implicações ocorridas na análise do ponto de equilíbrio, no caso de se considerar um intervalo relevante com mais de um patamar para os custos fixos:

Gráfico 5: Pontos de equilíbrio para um intervalo com mais de um patamar para os custos fixos. Análise além da capacidade produtiva.



Deve-se atentar para o fato de que estão sendo considerados constantes o preço de venda e o custo variável unitário, mesmo com a violação da capacidade produtiva.

Hipótese 5: Havendo mais de um produto, o *mix* de vendas se mantém constante.

Forçar que o *mix* se mantenha inalterado ao longo da produção possibilita o cálculo da margem de contribuição ponderada e conseqüentemente a obtenção do ponto de equilíbrio ponderado. Por exemplo, considerando os dados abaixo:

	Produto A	Produto B
Vendas (unidades)	V_A	V_B
Margem de contribuição unitária	MC_A	MC_B

Supondo-se o custo fixo igual a CF , procede-se da seguinte maneira para obter o ponto de equilíbrio ponderado: primeiramente monta-se a tabela,

Produto	Vendas	Proporção no total de vendas
A	V_A	$\frac{V_A}{V_A + V_B}$
B	V_B	$\frac{V_B}{V_A + V_B}$

Em seguida, calcula-se a margem de contribuição ponderada,

$$MC_{pond} = \frac{V_A}{V_A + V_B} MC_A + \frac{V_B}{V_A + V_B} MC_B = \frac{V_A MC_A + V_B MC_B}{V_A + V_B}$$

O ponto de equilíbrio, que, por definição, é o quociente:

$$PE = \frac{CF}{MC_{pond}} = \frac{CF}{\frac{V_A MC_A + V_B MC_B}{V_A + V_B}} = \frac{CF(V_A + V_B)}{V_A MC_A + V_B MC_B}$$

Finalmente, encontra-se os valores relativos a cada um dos produtos, multiplicando o ponto de equilíbrio pelas respectivas proporções dos produtos em relação ao total vendido:

$$\bar{Q}_A = PE \times \frac{V_A}{V_A + V_B} = \frac{CF(V_A + V_B)}{V_A MC_A + V_B MC_B} \times \frac{V_A}{(V_A + V_B)} = \frac{CF \cdot V_A}{V_A MC_A + V_B MC_B}$$

$$\bar{Q}_B = PE \times \frac{V_B}{V_A + V_B} = \frac{CF(V_A + V_B)}{V_A MC_A + V_B MC_B} \times \frac{V_B}{(V_A + V_B)} = \frac{CF \cdot V_B}{V_A MC_A + V_B MC_B}$$

Em Leone e Leone (2002), além da visão analítica anterior, os autores apresentam a visão geométrica da obtenção do ponto de equilíbrio para um *mix* de dois produtos. Com essa abordagem, é fácil perceber a abrangência da análise do Custo-Volume-Lucro e sua sensibilidade às mudanças no *mix*.

Hipótese 6: Não há consideração do valor do dinheiro no tempo.

“Os custos, as despesas e as receitas não ocorrem ao mesmo tempo. Considerando-se esse fato como verdadeiro, o analista, ou o contador, deveria ajustar os dados para que fossem sintonizados com o valor do dinheiro no tempo”, alertam Leone e Leone (20021: 58).

Matematicamente, essa simplificação exclui qualquer envolvimento de taxas de juros e/ou correções monetárias. No fim das contas, a busca pelo ponto de equilíbrio poderia ser comparada ao *pay-back* simples de um investimento, diferenciando-se apenas pelos direcionadores: quantidades produzidas (ou vendidas) contra tempo decorrido, respectivamente.

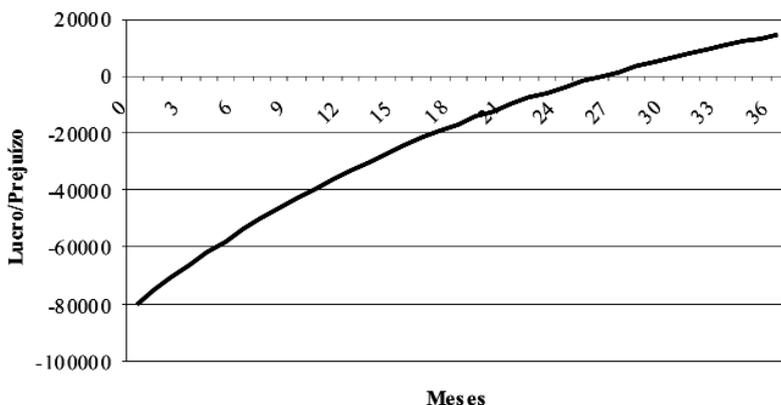
Levar em conta o valor do dinheiro no tempo acarretaria no acréscimo de um direcionador, no caso, o tempo. O estudo do custo-volume-lucro se transformaria em uma combinação entre a análise CVL usual e as análises do valor presente líquido (VPL) e da taxa interna de retorno (TIR).

Por exemplo, suponha que a empresa venda 100 unidades por mês com margem de contribuição unitária de \$50 e custos fixos da ordem de \$80.000. Considerando a hipótese 6, o equilíbrio entre custos e receitas seria atingido após 16 meses, em nível de 1.600 unidades. Sem adotá-la, e supondo uma taxa de inflação de 4% ao mês, o equilíbrio só seria atingido no 26o mês ao nível das 26.000 unidades. De fato, da equação que relaciona valor presente, valor dos pagamentos, taxa e número de pagamentos, na Matemática Financeira, tem-se,

$$80.000 \approx 5.000 \times \frac{(1 + 4\%)^{26} - 1}{4\% \times (1 + 4\%)^{26}}$$

e o gráfico do *pay-back* descontado, ou ajustado, a valor presente,

Gráfico 6: Ponto de equilíbrio (26 meses), considerando-se o valor do dinheiro no tempo. Linha não-linear.



Hipótese 7: Não há probabilidade (risco) envolvida.

Normalmente, os custos, as despesas e as receitas não acontecem com a certeza considerada. Os negócios estão sempre cercados de probabilidades e riscos: o preço de venda pode ser afetado pela entrada de novos concorrentes, os custos variáveis podem ser reduzidos com a tecnologia, com o ganho de escala, de eficiência e de produtividade, ou podem, ao contrário, aumentar devido à pouca motivação dos empregados, defeitos no maquinário, faltas de energia (apagões) inadimplência, entre outros.

Todas essas possibilidades afetam diretamente as quantidades produzidas e vendidas. Assim, não se pode afirmar que o ponto de equilíbrio será exatamente aquele obtido pela análise CVL. Seria muito arriscado. O Contador de Custos deve ter consciência de que as vendas projetadas são apenas previsões médias e podem sofrer oscilações, além do mais se forem reflexos de estudos amostrais. Conseqüentemente, o ponto de equilíbrio também está sujeito a essas mesmas variações. É preciso conhecê-las quantitativamente por meio de alguma medida estatística de dispersão (por exemplo, o desvio-padrão).

Assumir essa hipótese simplificadora priva o analista do uso da inferência estatística (mas pior mesmo é privá-lo do conhecimento e/ou utilização dessas técnicas).

Iudicibus (1989: 79) apresenta um exemplo bem simples da análise CVL sob condições de incerteza quanto ao volume de vendas. No exemplo, o gerente faz previsões sobre o total de vendas esperado, considerando que esse total pode se desviar um pouco para mais, ou para menos, segundo certa probabilidade, mantendo fixos os valores do preço de venda unitário, do custo variável unitário e dos custos fixos. Assim, assumindo um comportamento segundo uma curva normal para a distribuição de frequência das unidades vendidas, ele é capaz de indicar, entre outras, a probabilidade da empresa atingir, pelo menos, o ponto de equilíbrio. Apesar de interessante, o exemplo perde aplicabilidade, uma vez que a distribuição normal é raramente adequada para aproximar a distribuição de frequências de custos e vendas. Mais indicado são as distribuições gama e log-normal (HOLT et. al. *apud*. MALOO, 1991).

4 Propostas para Minimização dos Efeitos Limitativos das Hipóteses Simplificadoras

Com maiores ou menores rigor e aprofundamento matemático-estatístico, vários autores vêm propondo procedimentos para tornar a análise CVL menos dependente das tantas limitações. Vários modelos estocásticos têm sido propostos e examinados. Desde o trabalho de Jaedicke e Robichek (1964), em que é apresentado um modelo – conhecido por modelo J-R – que aproxima a variabilidade do lucro assumindo uma distribuição normal para o preço e o volume de vendas e para os custos fixos e variáveis, uma substancial literatura foi desenvolvida sobre a análise CVL sob condições de incerteza (YUNKER, 2001). Segundo Yunker (2001: 127),

produto único *versus* vários produtos, tecnologia de produção simples *versus* tecnologia de produção múltipla, fonte única de incerteza *versus* múltiplas fontes de incerteza, incerteza com respeito ao preço *versus* incerteza com respeito à quantidade de vendas, suposição de que a produção é igual as vendas *versus* diferenciação entre as quantidades produzida e vendida, especificação da questão central como simplesmente produzir ou não produzir *versus* determinação de uma quantidade para

produzir e/ou um preço para ajuste, uso da equação fundamental de CVL *versus* acréscimo de uma função de demanda “econômica” relacionando a quantidade vendida com o preço cobrado.

Maloo (1991) faz uma extensa revisão bibliográfica sobre limitações e propostas para a análise CVL antes de apresentar sua proposta. Nessa revisão, ao autor critica o modelo de Jaedicke e Robichek – conhecido como modelo J-R – no que diz respeito ao produto de variáveis aleatórias independentes e distribuídas normalmente e ao fato de não tratar a escolha dos produtos ou do *mix* de vendas como um problema de carteira; comenta artigos que tratam de (1) extensões ao mesmo modelo de J-R, via aplicação de uma técnica de ajustamento de curva e um modelo estocástico de amostragem para determinar a natureza da distribuição de probabilidade a ser utilizada; (2) uma aproximação log-normal baseada nas seguintes suposições adicionais: a quantidade e a margem de contribuição são variáveis aleatórias log-normalmente distribuídas, os custos fixos são determináveis e as variáveis de entrada são independentes; (3) uma proposta de análise de custo, volume e utilidade que permite aos gestores determinar soluções ótimas baseados nas flutuações nos custos fixos e variáveis para horizontes curtos e longos de planejamento; finalmente, seleciona e indica outros estudos de caso menos quantitativos, a saber, (MARTIN, 1985; CONINE, 1986; CLARK, 1986; SINCLAIR, TALBOTT, 1986; CAMP, 1987; SHASHUA, GOLDSCHMIDT, 1986). Já em relação a sua proposta de método, Maloo (1991) tenta minimizar as diferenças entre os resultados planejados e os resultados reais utilizando a distribuição beta, técnica baseada em informações preditas, que incorpora o elemento de incerteza à análise convencional. Tais informações são obtidas por estimativas de custos para os cenários otimista, mais provável e pessimista e da moda padronizada. Segundo o autor, o modelo proposto permite a análise de sensibilidade, sem o extenso conhecimento quantitativo requerido por outros modelos probabilísticos.

Kim e Kim (1996) apresentam uma técnica para a análise de projeto dentro de um horizonte de planejamento com vários períodos, permitindo variações nas taxas de produção, nos preços e nos custos. Com isso, estabelecem a relação entre o valor presente líquido e a quantidade para o

equilíbrio, em cada período considerado. Ainda no aspecto muti-periódico, Freeman e Freeman (1993) mostram, com base em exemplos numéricos, que avaliar investimentos usando técnicas de fluxos de caixa descontados e, em seguida, operar no nível do ponto de equilíbrio resulta na destruição de valor.

Guidry *et al.* (1998) advertem que a análise CVL não leva em consideração o impacto das decisões estratégicas na riqueza das organizações, nem o efeito dessas decisões na estrutura de capital e níveis de risco, mas afirmam que tais imperfeições podem ser ajustadas analisando o custo de capital dos recursos necessários para sustentar a decisão e incorporando o grau de risco operacional ou a sensibilidade ao risco sistemático. Dessa forma, propõem a inserção de novas variáveis na análise CVL:

- uma meta de renda, definida como a renda líquida mínima aceitável para uma decisão, que depende do custo de capital – calculado pelo CAPM (*Capital Asset Pricing Model*) – e do total de ativos requeridos para a decisão;
- uma aproximação para o custo unitário, dependendo da meta de renda.

Yunker (2001) desenvolve um modelo estocástico no qual combina as idéias básicas da análise custo-volume-lucro sob incerteza com uma função linear para a demanda e uma função quadrática para o custo médio e obtém as soluções ótimas para algumas simulações: quantidade mínima para que a probabilidade de equilíbrio iguale o nível mínimo aceitável, quantidade que maximiza a probabilidade de equilíbrio, quantidade que maximiza a função utilidade de Cobb-Douglas, quantidade que maximiza os lucros esperados e quantidade máxima para que a probabilidade de equilíbrio iguale o nível mínimo aceitável. Ainda Yunker, em parceria com Schofield (YUNKER; SCHOFIELD, 2005), aplica o modelo e suas simulações para resolver o problema da determinação do *enrollment fees* para programas de treinamento e desenvolvimento. Para tanto, incorporada uma função demanda, relacionando o nível de vendas com o preço, que, neste trabalho, é a variável de controle dos tomadores de decisão. Posteriormente, o mesmo autor propõe um guia para incorporar uma função estocástica de demanda à análise do ponto de equilíbrio (YUNKER, 2006).

Em relação a problemas externos ao contexto da Contabilidade Gerencial, Chan e Wong (1999) apresentam a análise CVL resultante do conflito de

interesses existente entre o proprietário da empresa e seu gestor averso a risco e motivado por um esquema de distribuição linear de lucros, quando a decisão sobre a produção é delegada a este último. Segundo os autores, essa decisão, complicada pelo acesso do gestor aos instrumentos de investimento, inclusive em empresas concorrentes, proporciona o elemento de incerteza do modelo. O trabalho em questão é uma revisão do modelo de Kim e colaboradores (1996) e utiliza recursos avançados de Matemática. Entre outros, os autores avaliam as relações entre prêmio por risco e decisão de investimento e margem de contribuição esperada e decisão de produção.

5 Considerações Finais

A grande vantagem do estudo das relações custo-volume-lucro em sua forma convencional é, sem dúvida, sua simplicidade. As hipóteses assumidas modelam a realidade de forma determinística originando funções lineares e de uma variável, sem margens de erro, facilitando os cálculos, plotagem dos gráficos e, conseqüentemente, as análises necessárias.

A tentativa de retratar a realidade sem simplificação nenhuma implicaria em um modelo com as seguintes características: (1) comportamentos não-lineares para as receitas, não-lineares e descontínuas para os custos, já que os custos fixos assumiriam patamares diferentes em função da capacidade instalada; (2) Multi-produtos e multi-direcionadores, originando funções de várias variáveis; (3) Restrições de produção e demanda, obrigando o uso da programação matemática (ver Leone, 2002); (4) Multi-períodos e a necessidade de se incorporar a noção do valor do dinheiro no tempo; (5) Incertezas quanto ao volume de vendas, preços e custos, em que a alternativa é a inferência estatística, baseada na distribuição de probabilidade mais adequada a cada caso, obtendo-se, dessa forma, um modelo estocástico.

Apesar de, teoricamente, oferecer uma resposta mais fiel à realidade, um modelo com tantos recursos acumularia uma série de desvantagens: maior dedicação de tempo e dinheiro, maior sujeição a erros na obtenção e digitação das informações de entrada, impossibilidade de visualização gráfica do ponto de equilíbrio, maior dificuldade de análise e interpretação dos resultados e, conseqüentemente, na tomada de decisão.

Entre esses dois extremos, há inúmeros trabalhos focados no relaxamento de algumas hipóteses simplificadoras, principalmente no tratamento da variância associada às variáveis estimadas relativas à análise CVL e na abordagem do valor do dinheiro no tempo.

A questão central passa a ser, então, que nível de complexidade deve conter um modelo de forma a melhorar ou, pelo menos, manter a eficiência da análise CVL convencional. Que fatores, que considerações sobre as variáveis e que enfoques otimizariam a relação custo-benefício da análise?

Finalmente, mais importante que essa questão são as evidências de que os professores, gerentes e demais usuários da análise do ponto de equilíbrio precisam ter consciência do alcance e das limitações dessa ferramenta, esteja ela sob um modelo determinístico ou estocástico.

Referências

- ATKINSON, A. et al., Contabilidade gerencial, São Paulo: Editora Atlas S.A., 2000.
- CAMP, R. A., Multidimensional Breakeven Analysis, **Journal of accounting**, p.132, January 1987.
- CHAN, D. K. e WONG, K. P., CVP under Uncertainty and the Manager's Utility Function Revisited, **Review of Quantitative Finance and Accounting**, v.12, n.2, p.159-170, 1999.
- CLARK, P., Bringing Uncertainty into the CVP Analysis, **Accountancy**, v.98, n.1117, p.105-107, 1986.
- COELHO, M. A. S., Aplicação de um modelo de custo-volume-lucro na criação de suínos. **Custos e Agronegócios Online**, v.1, n.1, p.9-20, 2005.
- CONINE Jr., T. E., The Potencial Overreliance on Breakeven Analysis, **The Journal of Business Strategy**, p.84, 1986.
- DEVINE, C. T., Boundaries and Potentials of Reporting on Profit-Volume Relationships, N.A.A. **Bulletin**, v.42, n.5, p.13, 1961.
- ELDENBURG, L., WOLCOTT, S., **Gestão de custos: como medir, monitorar, e motivar o desempenho**. Rio de Janeiro: LLT, 2007.
- FREEMAN, M. e FREEMAN, K., Considering the time value of money in breakeven analysis, **Management Accounting**, v.71, n.1, p.50-52, 1993.

GUIDRY, F. et. al., CVP Analysis: a new look, **Journal of Managerial Issues**, v.10, n.1, p.74-85, 1998.

HANSEN, D., MOWEN, M., **Gestão de custos: contabilidade e controle**. São Paulo: Pioneira Thompson Learning, 2001.

HORNGREN, C., **Cost Accounting: a managerial emphasis**. Englewoods Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1987.

HORNGREN, C. et. al., **Contabilidade de custos**. Rio de Janeiro: LTC, 2000.

HORNGREN, C. et. al., **Contabilidade Gerencial**. São Paulo: Person Prentice Hall, 2004.

IUDÍCIBUS, S., **Análise de Custos**, 2. ed. São Paulo: Editora Atlas S.A., 1989.

JAEDICKE, R. K. e ROBICHEK, A. A., Cost-Volume-profit Analysis under Conditions of Uncertainty, **Accounting Review**, v.39, n.4, p.917-926, 1964.

JIAMBALVO, J., **Contabilidade gerencial**. Rio de Janeiro: LTC, 2002.

KAPLAN, R., **Advanced Management Accounting**. New Jersey: Prentice-Hall, Inc, 1982.

KIM, J. S. e KIM, J. W., A Breakeven Procedure for a Multi-Period Project, **The Engineering Economist**, v.41, n.2, p.95-104, 1996

LEONE, G. S. G., **Custos: um enfoque administrativo**. Rio de Janeiro: FGV, 1998.

_____, **Custos – Planejamento, Implantação e Controle**. São Paulo: Atlas, 2008.

LEONE, G. S. G. e LEONE, R. J. G., A Análise do Ponto de Equilíbrio: um instrumento contábil cheio de simplificações, **Revista de Contabilidade do CRC-RS**, v.110, p.52-59, 20021.

_____, Obtenção Analítica e Geométrica do Ponto de Equilíbrio Ponderado, **Atas das XII Jornadas Luso-Espanholas de Gestão Científica**, v.VIII, p.273-280, 20022.

_____, Estudos sobre os gráficos das funções Custo, Receita e Lucro, **Revista de Contabilidade do CRC-RS**, v.104, p.24-36, 2001.

_____, **Dicionário de custos**. São Paulo: Atlas, 2004.

LEONE, R. J. G., A importância da Programação Matemática: o caso fictício da empresa El Toro. In: ENANPAD, 26, 2002, Salvador/BA. **Anais...** Salvador/BA, ANPAD, 2002, 1,CD-ROM.

- MAHER, M., **Contabilidade de custos**. São Paulo: Editora Atlas S.A., 2001.
- MALOO, M. C., A Practical Approach for Incorporating Uncertainty in the Conventional Cost-Volume-Profit Model, **Akron Business and Economic Review**, v.22, n.4, p.29-40, 1991.
- MARTIN, H., Breaking Through the Breakeven Barriers. **Management Accounting**, v.66, n.11, p.31-34, 1985.
- PORTUGAL, G. T., Relações Mercadológicas e Estratégicas na Análise de Custo, Volume e Lucro: Um Estudo de Caso sob uma Abordagem Histórica. In: ENANPAD, 26, 1999, Foz do Iguaçu/PR. **Anais...** Foz do Iguaçu/PR, ANPAD, 1999, 1, CD-ROM.
- RESENDE, A. L., FREIRE FILHO, A. A., Análise de custo/volume/lucro e investimentos de carcinicultura de pequeno porte, **Custos e Agronegócios Online**, v.1, n.1, p.62-84, 2005.
- ROBLES JR., A. (coord.), **Contabilidade de custos: temas atuais**. Curitiba: Juruá, 2008.
- SHASHUA, L. e GOLDSCHMIDT, Y., Breakeven Analysis under Inflation, **Engineering Economist**, p.79, 1987.
- SINCLAIR, K. P. e TALBOTT Jr., J. A., Using Breakeven Analysis When Cost Behavior is Unknown, **Management Accounting**, v.68, v.1, p.52-55, 1986.
- YUNKER, J. A., A Stochastic CVP Analysis with Economic Demand and Cost Functions, **Review of Quantitative Finance and Accounting**, v.17, p. 127-149, 2001.
- _____, Incorporating Stochastic Demand into Breakeven Analysis: a practical guide, **The Engineering Economist**, v.51, p.161-193, 2006.
- YUNKER, J., SCHOFIELD, D., Pricing training and development programs using stochastic CVP analysis, **Managerial and Decision Economics**, v.26, n.3, p. 191-207, 2005.