

---

# Proposta de utilização de $\beta$ -indicador como modelo determinístico para gestão de custos estimados nas pequenas e médias empresas

Manuel Meireles <sup>1</sup>  
Marcio Luiz Marietto <sup>2</sup>  
Cida Sanches <sup>3</sup>  
Orlando Roque da Silva <sup>4</sup>

---

## Resumo

Este trabalho propõe um modelo determinístico aplicado ao controle de custos com base em Beta-indicadores. O modelo de  $\beta$ -indicadores possibilita a gestão de custos estabelecendo alertas, especialmente nos casos em que os custos são estimados por meio de valores: otimista (a), mais-provável (m) e pessimista (b). Ou seja: dados os valores a, m e b de custos estimados o modelo de  $\beta$ -indicadores atribui uma distribuição probabilística do tipo  $\beta$ . O modelo proposto é aplicável à gestão de custos e pode ser aplicado de diversas formas: i) para estabelecer níveis de alerta para custos estimados; e ii) para determinar a probabilidade de certo custo ser alcançado ou ultrapassado. Pequenas alterações no processo de apuração de custos possibilitam usar adequadamente os  $\beta$ -indicadores, não só na definição do custo modal (custo mais provável) mas também de nível de alerta na planilha de custos, chamando a atenção para a Produção quando tal nível estiver potencialmente sendo superado. A análise da acurácia do modelo foi feita por simulação e testes para aferir o grau de aderência dos valores observados aos valores esperados. A pesquisa atende às Pequenas e Médias Empresas por tratar-se de uma proposição sobre um *software (Excel)*, relativamente, comum e acessível as PME's demonstrando ser viável econômica e tecnologicamente a esta categoria empresarial.

**Palavras-chave:** Gestão de custos em PME, Indicadores, Beta-indicadores, Tomada de decisão.

---

<sup>1</sup> Ph.D, FACCAMP. Endereço: Alameda Dracenas, 16, Araçariguama, SP. CEP 18147-970. E-mail: profmeireles@uol.com.br.

<sup>2</sup> MSc, UNIP- Universidade Paulista. Endereço: Rua Gonçalves Dias, 845, ap. 23, bl. II, Sorocaba, SP. CEP 18081040. E-mail: mlmarietto@uol.com.br.

<sup>3</sup> Ph.D, FAC - Faculdade de Administração e Ciências Contábeis de São Roque. Endereço: Alameda Dracenas, 16, Araçariguama, SP. CEP 18147-970. E-mail: cidasanches@uol.com.br.

<sup>4</sup> Ph.D, UNISO - Universidade de Sorocaba. Endereço: Rua Garfield Pereira Barreto, 154, São Roque, SP. CEP 18130380. E-mail: orlando.roque@terra.com.br.

## Abstract

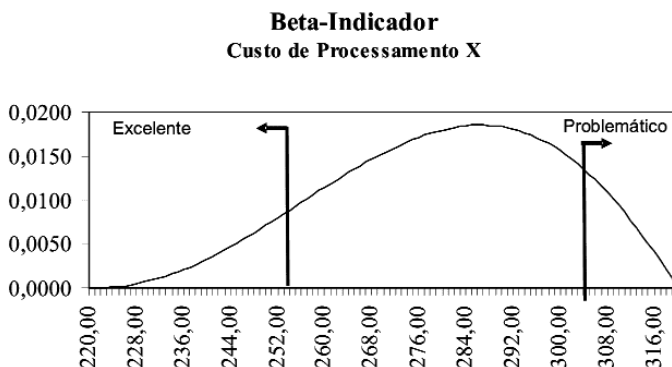
This work proposes a deterministic model applied to the control of costs with base in Beta-indicators. The model of  $\beta$ -indicators facilitates the administration of costs establishing alert, especially in the cases in that the costs are estimated by means of values: optimist (a), more-probable (m) and pessimist (b). That is to say: given the values a, m and b of estimated costs the model of  $\beta$ -indicators attributes a distribution probabilística of the type  $\beta$ . The proposed model is applicable to the administration of costs and it can be applied in several ways: i) to establish levels of alert for estimated costs; and ii) to determine the probability of certain cost to be reached or surpassed. Small alterations in the process of verification of costs facilitate to use the Beta-indicators appropriately, not only in the definition of the modal cost (the most probable cost) but also of level of alert in the schedule of costs, getting the attention for the Production when such level is potentially being overcome. The analysis of the accuracy of the model was made by simulation and tests for to check the degree of adherence of the values observed to the expected values. The research is enabled the small and medium companies by being of a proposition on a software (Excel), relatively, common and acessível for PME's demonstrating to be viable economic and technologically to this managerial category.

**Keywords:** Administration of costs in PME, Indicators, Beta-indicators, Decision.

## 1 Introdução

O presente artigo propõe que o modelo probabilístico de Beta-indicador (neste trabalho designado por  $\beta$ -indicador ou  $\beta$  i) pode ser aplicado à gestão de custos. O que está em foco, na presente pesquisa, é a forma como o modelo de  $\beta$ -indicador pode ser usado para fundamentar decisões de forma mais eficiente, na gestão de custos.

**Figura 1: Exemplo de  $\beta$ -indicador de Custos de Processamento estabelecendo faixas de desempenho**



Fonte: elaborado pelos autores.

Numa primeira abordagem pode-se considerar  $\beta$ -indicador como sendo um tipo de indicador que tem as características de vetor (isto é: é orientado) e estabelece faixas de desempenho (Figura 1). Tais faixas são decorrentes da média e respectiva variância da variável associada ao  $\beta$ -indicador, considerando-se que os valores seguem uma  $\beta$ -distribuição (ou distribuição probabilística do tipo beta). Essa distribuição é considerada partindo-se do pressuposto que, para qualquer tipo de variável monetária (\$), como receitas, despesas ou custos é possível associar valores esperados ou de desempenho: otimista, mais-provável e pessimista. Neste trabalho o objeto de estudo é a gestão de custos, embora características semelhantes possam ser aplicadas a despesas e receitas.

O modelo de  $\beta$ -indicadores possibilita a gestão de custos estabelecendo valores de alerta, especialmente nos casos em que os custos são estimados por meio de valores: otimista (a), mais-provável (m), e pessimista (b). Ou seja, dados os valores a, m e b de custos estimados o modelo de  $\beta$ -indicadores atribui uma distribuição probabilística do tipo  $\beta$ . Com base na distribuição  $\beta$  pode-se não só estabelecer indicadores de alerta, mas determinar probabilidades associadas a custos.

Belchior (1974, p. 196) mostra que quando se dispõe de três estimativas (otimista, mais provável e pessimista) representadas por a, m e b, se tem uma distribuição associada a uma distribuição beta com as seguintes propriedades: (1) possui extremos bem definidos, não sendo assintótica aos eixos; (2) pode ser assimétrica para ambos os lados, conforme os valores a, b e m; (3) permite a determinação dos parâmetros da distribuição conhecendo-se a moda (mais provável m) e os extremos inferior e superior (a e b); (4) quando os valores atribuídos a a, m e b são próximos, a curva toma um aspecto estreitado, ao contrário do que acontece quando os valores são afastados, caso em que a curva se torna alargada, embora em ambos os casos a média possa ter o mesmo valor; (5) a função beta com base nas estimativas a, m e b nos permite determinar o valor médio esperado (VM), o respectivo desvio padrão (s) a variância ( $s^2$ ) e o coeficiente de variação (CV).

A utilização de três estimativas (a, m e b) é muito comum nos estudos envolvendo tempo em redes PERT/CPM e muitos autores declaram que a função segue a beta distribuição. Irving (2000) num estudo sobre PERT com tempos estimados probabilisticamente, afirma que quando os tempos

das atividades não são conhecidos com precisão podem ser utilizados tempos estimados. Para cada atividade definem-se os tempos otimista, pessimista e mais provável e se parte da premissa que a variabilidade dos tempos estimados segue a distribuição beta. Walker II (2001) afirma que se assume que as atividades PERT/CPM seguem uma beta distribuição. Anderson *et al* (2003) afirmam que as simulações da duração das atividades individuais de projetos (PERT) são feitas geralmente usando a beta distribuição. Fente *et al* (1999) afirmam que na maioria das aplicações de simulação para construção, a Função de Distribuição de Probabilidade subjacente (PDF) é geralmente desconhecida, e, por conseguinte, se terá que selecionar uma PDF. Tal escolha muitas vezes é feita por análise de sensibilidade, havendo o efeito da informação subjetiva na escolha dos parâmetros da distribuição de Beta a ser usada nos modelos de simulação.

Deming *apud* Walton (1968, p. 43) chama a atenção para a questão da variabilidade. Na medida em que os *inputs* de um processo referentes à mão-de-obra, matéria prima, máquinas, medidas, meio-ambiente (mesmo considerando o método constante) não são constantes, não faz sentido esperar um *output* constante. Essa autora mostra como Deming *op sit*, por meio da parábola das contas vermelhas enfatiza que a variação faz parte de qualquer processo:

à medida que o Dr. Deming vai falando, os ouvintes vão captando a mensagem básica: a de que, mesmo com ferramentas, tarefas e capacidade idênticas, a produção varia. Imitando um capataz, o Dr. Deming diz que os administradores têm o costume de culpar os operários por resultados que lhe escapam ao controle. Além do mais, dado qualquer número de operários, alguns sempre estarão abaixo da média e outros acima.

Desta forma, parece razoável supor que quaisquer metas de um processo, especialmente as metas referentes a custos, são mais realistas quando consideram a inevitável variabilidade.

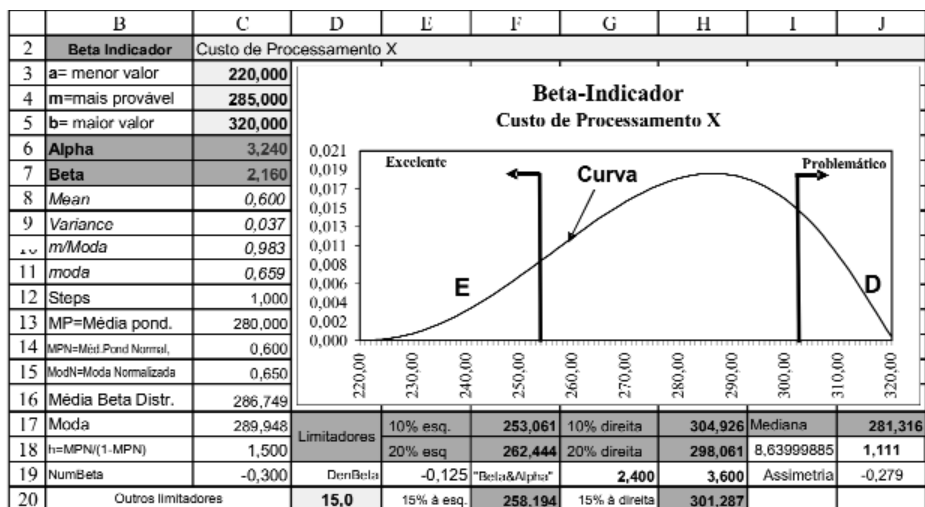
## 2 Modelo proposto

A presente pesquisa argumenta que por meio do uso do modelo probabilístico de  $\beta$ -indicador é possível estabelecer a gestão de custos de forma semelhante aos estudos envolvendo tempo em redes PERT/CPM. A pesquisa faz uso de técnicas (1) estatísticas paramétricas e não paramétricas; e (2) simulação.

Basicamente o modelo proposto gera uma curva de distribuição de densidade beta, com parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ , partindo de três valores dados: custo otimista (a), custo mais provável (m) e custo pessimista (b). Com base na curva gerada (Fig. 2), podem ser definidos pontos de alerta correspondentes a uma dada proporção sob a curva (E e D).

Para verificar a acurácia do modelo proposto, por meio de simulação foram geradas  $\beta$ -distribuições com os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  e foram contados os valores nas regiões E e D. A  $\beta$ -distribuição gerada diz-se adequada se as proporções dos valores contados na simulação são as mesmas (ou muito próximas) das proporções especificadas.

**Figura 2:  $\beta$ -indicador gerado a partir de três valores dados (a, m, b) que estão na coluna C nas linhas 3, 4 e 5**



Fonte: elaborado pelos autores.

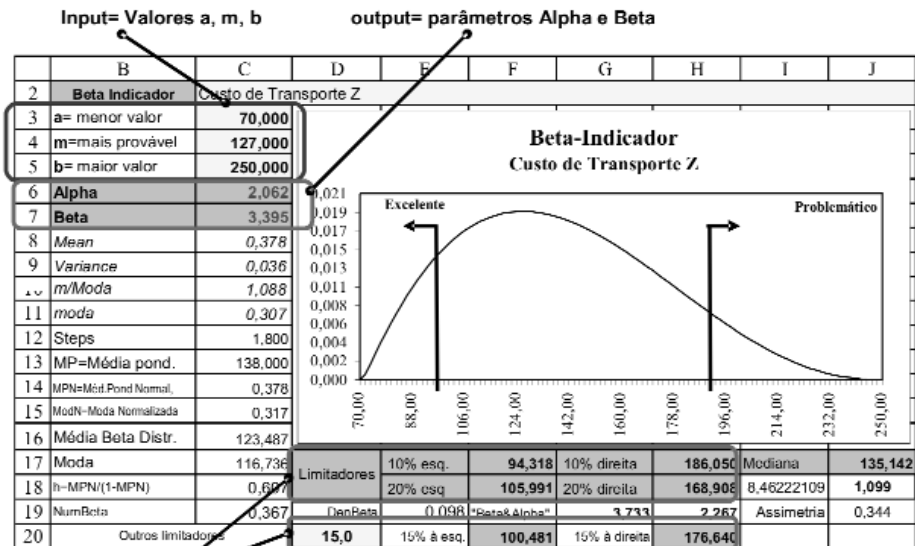
O modelo gera uma distribuição beta com parâmetros Alpha e Beta (células C6 e C7). Na Figura 3 é mostrado o formato geral do *software* (uma planilha *Excel*), para especificação de  $\beta$ -indicador subordinada ao conjunto

de valores  $a$ ,  $m$ ,  $b$ . A planilha define, automaticamente, a  $\beta$ -distribuição, desenha a curva e estabelece limitadores de 10% e 20% à esquerda e à direita e possibilita que outros limitadores sejam também definidos. No exemplo são mostrados limitadores de 10% e 20%, além de 15% à esquerda e à direita.

Para se construir um sentimento de evidência, com elementos de boa qualidade de que o modelo proposto de gestão com  $\beta$ -indicadores é adequado, fez-se uso de simulações. O princípio que norteou a escolha de tal método é simples: se a  $\beta$ -distribuição definida pelos parâmetros Alpha e Beta é adequada aos espectros  $a$ ,  $m$ ,  $b$ , então uma  $\beta$ -distribuição gerada por simulação com tais parâmetros deve conter as proporções de valores indicadas pelos pontos limitadores. Isto é: se se afirma que os parâmetros Alpha e Beta são adequados, então numa dada simulação de  $N$  valores deve ocorrer a proporção indicada, caso os parâmetros Alpha e Beta estejam corretos.

Tomando o exemplo da Figura 3, pode-se simular uma  $\beta$ -distribuição, com valores entre 70 e 250 e parâmetros Alpha=2,062 e Beta=3,395 e obter a quantidade de valores à quem e além dos limitadores.

**Figura 3: Formato geral do software (uma planilha Excel), para especificação de  $\beta$ -indicador subordinada ao conjunto de valores  $a$ ,  $m$ ,  $b$**



Limitadores

Fonte: elaborado pelos autores.

Na Tabela 1 exprime-se o resultado de uma simulação típica e que deve ser assim entendida: inicialmente considerou-se o conjunto de valores a, m e b (70, 127 e 250) como mostrado na Figura 3.

**Tabela 1: Exemplo de simulação para verificar a acurácia do  $\beta$ -indicador. Valores observados e valores esperados bem como erros observados**

MTB > Random 100000						
SUBC> Beta 2,062 3,395.						
Sum of <94,318 = 9994 → valor esperado: 10000 (erro= 6/10000= 0,06%)						
Sum of >186,050 = 9962 → valor esperado: 10000 (erro=38/10000= 0,38%)						
Sum of <105,991 = 19936 → valor esperado: 20000 (erro=64/20000= 0,42%)						
Sum of >168,908 = 19888 → valor esperado: 20000 (erro=112/20000= 0,56%)						
Sum of <111,131 = 24869 → valor esperado: 25000 (erro=131/25000= 0,52%)						
Sum of >162,165 = 24813 → valor esperado: 25000 (erro=187/25000=0,75%)						
Sum of >135,142 = 50110 → valor esperado: 50000 (erro=110/50000=0,22%)						
Variable	N	Mean	Median	TrMean	StDev	SE Mean
bi-801	100000	137,99	135,24	137,09	34,29	0,11
Variable	Minimum	Maximum	Q1	Q3		
bi-801	70,31	246,20	111,24	161,93		

Fonte: elaborada pelos autores.

No exemplo, pode-se simular uma  $\beta$ -distribuição, com valores entre 70 e 250 e parâmetros Alpha=2,062 e Beta=3,395 e obter a quantidade de valores à quem e além dos limitadores.

Após ter sido feita a introdução de tais valores, o software dá como output os parâmetros Alpha=2,062 e Beta=3,395 além da curva e de outras informações, entre elas os valores dos limitadores. Pela Figura 3 pode-se ver que, de acordo com o modelo entre 70,000 e 94,318, a área sob a curva representa 10% da área total. Da mesma forma se sabe os valores que delimitam áreas, tanto à esquerda quanto à direita, referentes a 10%, 20%, 25% e 50% (mediana).

A questão à qual a simulação pretende responder é a seguinte: os parâmetros e a curva são ajustados aos valores a, m e b? Para responder a esta questão utiliza-se a simulação: no software Minitab r.13 são gerados 100 000 valores randômicos sob a designação de 'd801' com distribuição Beta e parâmetros Alpha=2,062 e Beta=3,395

MTB > Random 10000.

SUBC> Beta 2,062 3,395.

Os valores gerados randomicamente situam-se entre zero e um. Como os valores a e b são, respectivamente, 70,000 e 250,000 os valores gerados são convertidos para tal intervalo por meio da instrução.

MTB > let c2=c1\*180+70

Tem-se, agora, uma  $\beta$ -distribuição com parâmetros  $\text{Alpha}=2,062$  e  $\text{Beta}=3,395$ , gerada aleatoriamente entre valores 70,00 e 250,00. Para verificar estas condições podem-se olhar as estatísticas descritivas dos valores gerados:

Descriptive Statistics: bi-801

Variable	N	Mean	Median	TrMean	StDev	SE Mean
bi-801	100000	137,99	135,24	137,09	34,29	0,11

Variable	Minimum	Maximum	Q1	Q3
bi-801	70,31	246,20	111,24	161,93

As estatísticas descritivas dos valores simulados mostram que o menor valor é 70,31 (próximo de 70,00) e o maior valor é 246,20 (próximo de 250,00).

O modelo informa que o limitador de 10% à esquerda é 94,318. Se os parâmetros Alpha e Beta gerados pelo modelo são adequados, então deverá se observar a ocorrência de 10% dos valores gerados abaixo de 94,318. É possível selecionar e contar tais valores:

MTB > let c3=c2<94,318

Sum of <94,318 = 9994

Tendo sido gerados 100 000 valores, 10% deles correspondem a 10000. Verifica-se, neste caso que a simulação da  $\beta$ -distribuição com parâmetros  $\text{Alpha}=2,062$  e  $\text{Beta}=3,395$  apresentou apenas 9994 casos.

Se o valor esperado é de 10 000 e se verificou-se a ocorrência de 9994, ocorreu um erro de 6 em 10000, isto é, de 0,06%, Isso é mostrado pela informação:

9994  $\rightarrow$  valor esperado: 10000 (erro= 6/10000= 0,06%)

Semelhante procedimento foi feito para cada um dos limitadores definidos pelo modelo:



9994 → valor esperado: 10000 (erro= 6/10000= 0,06%)

9962 → valor esperado: 10000 (erro= 38/10000= 0,38%)

19936 → valor esperado: 20000 (erro= 64/20000= 0,42%)

19888 → valor esperado: 20000 (erro=112/20000= 0,56%)

24869 → valor esperado: 25000 (erro=131/25000= 0,52%)

24813 → valor esperado: 25000 (erro=187/25000= 0,75%)

50110 → valor esperado: 50000 (erro=110/50000= 0,22%)

Além do cálculo do erro relativo foram realizados outros testes não-paramétricos.

## 2.1 Propriedades do modelo proposto

No presente modelo parte-se da premissa que é possível estabelecer estimativas de custos otimista, mais provável e pessimista. Tais valores podem ser estabelecidos pelos gerentes, individual ou consensualmente, para todas as variáveis que gerenciam. Desta forma, tem-se: 1) a= estimativa menor; 2) m= mais provável; 3) b= estimativa maior.

Bury (1975, p. 353) afirma que uma importante aplicação da  $\beta$ -distribuição concerne à coordenação de complexos e interrelacionados conjuntos de atividades envolvendo incertezas. Tal técnica é conhecida por PERT - *Program Evaluation and Review Technique*. O *input* quantitativo para o controle por esta técnica consiste em estimar o valor esperado e a variância das atividades que compõem o programa global. A maioria das atividades industriais caracteriza-se por certas limitações práticas; assim, uma determinada atividade não pode ser completada em menos de um certo tempo mínimo  $\mu_1$  ou não demora mais do que um tempo  $\mu_2$ . É assumido então comumente que o tempo de conclusão do projeto assume uma distribuição  $\beta$ .

Ainda de acordo com Mittelhammer (1995, p. 195), algumas propriedades da  $\beta$ -distribuição incluem:

$$\mu = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \quad (01)$$

$$\sigma^2 = \frac{\alpha \beta}{(\alpha + \beta + 1)(\alpha + \beta)^2} \quad (02)$$

$$\mu_3 = \frac{2(\beta - \alpha)(\alpha \beta)}{(\alpha + \beta + 2)(\alpha + \beta + 1)(\alpha + \beta)^3}$$

Stanger (1967, p. 47), Lester (1982, p. 39) e Turtle (1994, p. 117) afirmam que conhecidos os valores acima se obtém a média  $\mu$  e a variância  $\sigma^2$  pelas fórmulas:

$$\mu = \frac{1}{6}(a + 4m + b) \quad (03)$$

$$\sigma^2 = \left[\frac{1}{6}(b - a)\right]^2$$

Bury (1975, p. 353) explica tais fórmulas do seguinte modo: o valor esperado e a variância de um tempo de conclusão (numa rede PERT) podem ser bastante difíceis de calcular diretamente para uma determinada atividade. Desta forma, estimativas mais significantes são oferecidas, tais como, o tempo *mais provável*  $m$ , o tempo *otimista*  $a$  e o tempo *pessimista*  $b$ .

Bury *op cit* começa apresentando a beta distribuição como sendo

$$f_B(x; \lambda_1; \lambda_2) = \frac{\Gamma(\lambda_1 + \lambda_2)}{\Gamma(\lambda_1)\Gamma(\lambda_2)} \int_0^x x^{\lambda_1 - 1} (1 - x)^{\lambda_2 - 1} dx \quad (04)$$

onde a integral na equação (04) define a “função beta incompleta”:

$$B_X(\lambda_1; \lambda_2) = \int_0^x x^{\lambda_1 - 1} (1 - x)^{\lambda_2 - 1} dx \quad (05)$$

O enésimo momento ( $r$ ) de  $X$ , de acordo com Bury (1975) pode ser calculado por:

$$\mu_r'(X) = E \{X^r\} = \int_0^1 x^r f_B(x; \lambda_1; \lambda_2) dx \quad (06)$$

Dado que o valor esperado de  $X$  é

$$\mu_1'(X) = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} \quad (07)$$

A variância de  $X$  é:

$$\mu_2(X) = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_1 + \lambda_2)^2 (\lambda_1 + \lambda_2 + 1)} \quad (08)$$

A moda é dada por

$$\hat{x} = \frac{\lambda_1 - 1}{\lambda_1 + \lambda_2 - 2} \quad (09)$$

Observar que as equações acima apresentadas por Bury (1975) são equivalentes às Mittelhammer (1995, p. 195) descritas em (02), bastando substituir  $\lambda_1$  por  $\alpha$  e  $\lambda_2$  por  $\beta$ :

$$\mu = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \quad (10)$$

$$\sigma^2 = \frac{\alpha\beta}{[(\alpha + \beta + 1)(\alpha + \beta)^2]}$$

$$\text{mod } a = \frac{\alpha - 1}{\alpha + \beta - 2} \quad (11)$$

Bury *op cit* afirma que a alta flexibilidade da distribuição Beta a recomenda para ser utilizada sempre que uma variável  $X$  tem infinitos valores entre  $\mu_1$  e  $\mu_2$  (ou entre  $a$  e  $b$ ). Bury apresenta as suas fórmulas usando  $\mu_1$  como sendo o menor valor do intervalo;  $\mu_2$  como sendo o maior valor e  $\hat{r}$  como sendo o valor modal, o mais provável. Faz uso também de  $\lambda_1$  e de  $\lambda_2$ . Cabe destacar que tais valores são respectivamente:  $a$ ,  $b$ ,  $m$ ,  $\alpha$  e  $\beta$ .

Considerando infinitos valores entre  $\mu_1$  e  $\mu_2$ , a moda  $\hat{h}$ , de acordo com Bury (1975, p. 340) é dada por:

$$\hat{h} = \mu_1 + (\mu_2 - \mu_1) \frac{\lambda_1 - 1}{\lambda_1 + \lambda_2 + 2} \quad (12)$$

deriva-se o valor esperado  $\mu_1'$  em termos da moda  $\hat{h}$ :

$$\mu_1' = \frac{\mu_1 + (\lambda_1 + \lambda_2 - 2) + \mu_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \quad (13)$$

Por razões de conveniência de cálculo, na rede PERT, a equação (13) é aproximada para:

$$\hat{h}_E = \frac{a + 4m + b}{6} \quad (14)$$

implicando que a moda estimada  $m$  é ponderada em relação a  $(a+b)/2$  na proporção de 2:1.

De forma semelhante, a variância

$$\mu_2 = \frac{(\mu_2 - \mu_1)^2 \lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_1 + \lambda_2)^2 (\lambda_1 + \lambda_2 + 1)} \quad (15)$$

é aproximadamente calculada por

$$\text{var} = \frac{(b-a)^2}{36} \quad (16)$$

pelo que o desvio padrão é  $(b-a)/6$ .

Na prática, afirma Bury *op cit* (p.353), a rede PERT, nas expressões (14) e (16) obtém valores que são adequados em relação às estimativas de  $m$ ,  $a$  e  $b$ . Deve ser notado que na aproximação da equação (13) pela (14) que  $\lambda_1 + \lambda_2 = 6$  e que na aproximação da equação (15) pela (16), que  $\lambda_1 \lambda_2 = 7$ . Com efeito:

$$\mu_1' = \frac{\mu_1 + (\lambda_1 + \lambda_2 - 2) + \mu_2}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{a + (6-2)m + b}{6} \quad (17)$$

onde  $a=\mu_1$ ;  $b=\mu_2$ ,  $m=\hat{h}$  e  $\lambda_1 + \lambda_2 = 6$ ; e

$$\mu_2 = \frac{(\mu_2 - \mu_1)^2 \lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_1 + \lambda_2)^2 (\lambda_1 + \lambda_2 + 1)} = \frac{(b-a)^2 \lambda_1 \lambda_2}{6^2 \cdot 7} = \frac{(b-a)^2}{36} \quad (18)$$

onde  $a=\mu_1$ ;  $b=\mu_2$ ,  $m=\hat{h}$ ;  $\lambda_1 + \lambda_2 = 6$ ; e  $\lambda_1 \lambda_2 = 7$ .

A seguir são apresentadas algumas propriedades e limitações do modelo proposto que é baseado na  $\beta$ -distribuição acima discutida.

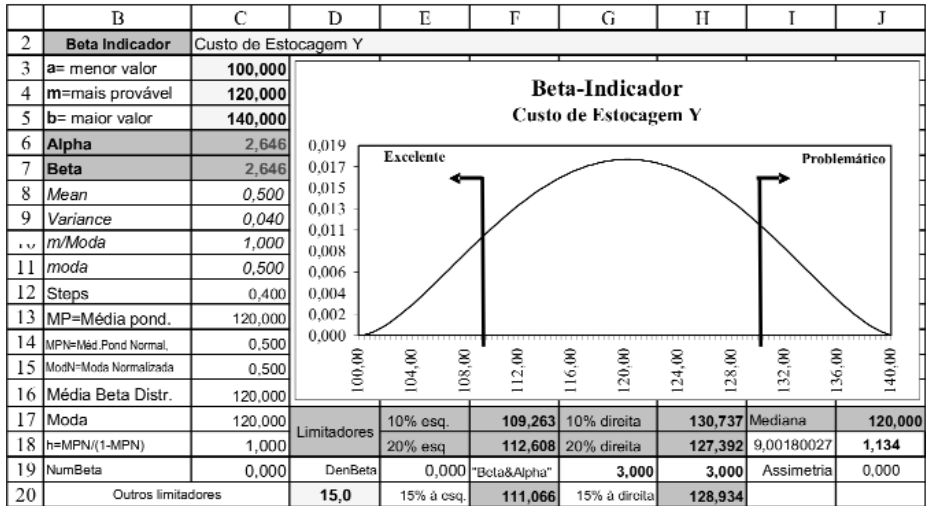
1) O modelo considera que os valores  $a$ ,  $m$  e  $b$  são dispostos de tal forma que  $a$  represente o menor valor;  $b$  o maior valor e  $m$  um valor intermediário entre  $a$  e  $b$ , isto é:  $b > m > a$ ;

2) ao valor  $m$ , o mais esperado é também considerado como valor modal; a média ponderada (*MedPond*) de tais valores é dada por:

$$MedPond = \frac{4 * m + a + b}{6} \quad (19)$$

3) Embora *software* específico possa ser aplicado para a determinação da  $\beta$ -distribuição, no presente caso considerou-se o uso de uma planilha *Excel*, na medida em que tal planilha tem já um conjunto de funções que possibilita obter não só os parâmetros  $\alpha$  (Alpha) e  $\beta$  (Beta) da  $\beta$ -distribuição, como a curva da  $\beta$ -densidade. Caso se observe que as estimativas menor e maior são simétricas em relação à estimativa mais provável, isto é, no caso de se observar que  $m-a = b-m$ , infinitos valores iguais podem ser atribuídos para Alpha e Beta. Neste caso  $\alpha$  e  $\beta$  assumem o valor discricionário 2,646 que produz uma curva em discreta forma de sino. Na Figura 4 apresenta-se isso.

**Figura 4: Quando  $(m-a)=(b-a)$ , adota-se para os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  o valor discricionário 2,646 (células C6 e C7).**



Fonte: elaborado pelos autores.

Neste caso a curva tem uma discreta forma de sino. O modelo permite, também, que sejam feitas operações algébricas de  $\beta$ -indicadores. Desta forma, no que concerne a custos, é possível adicionar, subtrair, multiplicar e dividir estimativas. A Figura 5 mostra um exemplo de multiplicação de  $\beta$ -indicadores.

## 2.2 Aplicabilidade do modelo

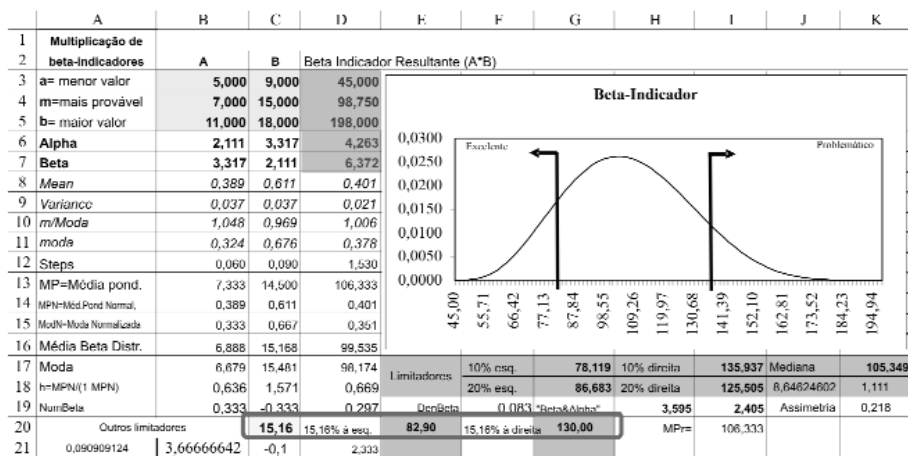
Na gestão de custos das PME's o modelo de  $\beta$ -indicadores pode ser aplicado de diversos modos:

- como forma de estabelecer níveis de alerta para custos estimados: este exemplo é ilustrado pela Figura 4. São estimados os custos (otimista, mais provável e pessimista) e se estabelece uma faixa de atuação normal, a região compreendida entre os alertas, correspondendo a 80% da área sob a curva, por exemplo. Se os custos observados ou projetados estiverem entre os valores \$109,263 e \$130,737 pode-se dizer que estão dentro da faixa normal e nenhuma

ação é requerida; se os custos observados ou projetados estiverem além de \$130,737 é necessário atuar corretivamente; se estiverem aquém de \$109,263 o desempenho pode ser considerado excelente em relação às estimativas traçadas;

- como forma de estabelecer estimativas decorrentes de duas outras ou mais, como ilustra a Figura 5. Nesse exemplo são multiplicados dois  $\beta$ -indicadores. O caso de adição de  $\beta$ -indicadores pode ser utilizado para estimativa conjunta de duas ou mais estimativas como, por exemplo, em casos de custos estimados para um conjunto de atividades. O modelo permite também os casos de subtração e divisão de  $\beta$ -indicadores;
- como forma de estabelecer a probabilidade de determinado valor ser alcançado ou ultrapassado. Na Figura 5 é destacada esta possibilidade: por exemplo, a probabilidade de os custos serem superiores a \$130,00 é de 15,16%.

**Figura 5: Exemplo de multiplicação de dois  $\beta$ -indicadores.**



Fonte: elaborado pelos autores.

### 3 Procedimentos metodológicos

Os procedimentos metodológicos adotados são de dois tipos: a) para validar o modelo foram utilizadas técnicas estatísticas paramétricas e não paramétricas e simulação. Basicamente o modelo proposto gera uma curva de distribuição de densidade beta, com parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ , partindo de três valores dados: otimista, mais provável e pessimista. Com base na curva gerada são definidos pontos de alerta correspondentes a uma dada proporção sob a curva (E e D, Figura 2). Por meio de simulação é gerada uma  $\beta$ -distribuição com parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  e são contados os valores observados nas regiões E e D. A  $\beta$ -distribuição gerada diz-se adequada se as proporções dos valores contados na simulação são as mesmas (ou muito próximas) das proporções especificadas; e b) para verificar a aplicabilidade do modelo proposto foi feito um estudo de caso numa pequena Empresa de Produção por Encomenda (EPE), localizada no município de Santana de Parnaíba.

O estudo de caso caracteriza-se, em geral, pela análise profunda e exaustiva de um objeto, pressupondo-se, a fortiori, que a investigação possibilite a compreensão da generalidade do mesmo ou o estabelecimento de bases para uma investigação posterior, mais sistemática e precisa (Gil, 2000). O propósito desse tipo de pesquisa é o de proporcionar uma visão global do problema ou identificar possíveis fatores que o influenciam ou são por ele influenciados (GIL, 2000).

Gil (2000, p. 123) ressalta que o estudo de caso constitui modalidade adequada para pesquisas com diferentes escopos, como:

- (a) explorar situações da vida real cujos limites não estão claramente definidos;
- (b) preservar o caráter unitário do objeto estudado;
- (c) descrever a situação do contexto em que está feita determinada investigação;
- (d) formular hipóteses ou desenvolver teorias;
- e (e) explicar as variáveis causais de determinado fenômeno em situações muito complexas que não possibilitem a utilização de levantamentos e experimentos.

O estudo de caso referente à presente pesquisa constitui na aplicação do modelo de  $\beta$ -indicadores para verificar a sua aplicabilidade à gestão de custos. Protocolo do estudo de caso. A utilização do estudo de casos como método de pesquisa na área da administração, segundo Donaire (1998) requer



o uso de protocolo do estudo: a utilização de um protocolo para o estudo de casos constitui-se numa peça fundamental que transcende seu papel de instrumento de coleta de dados. O protocolo contém, além do conteúdo comum de um instrumento de coleta, o procedimento e as regras que serão obedecidas durante a sua utilização; e a existência de um protocolo é uma das melhores maneiras de aumentarmos a confiabilidade do estudo de casos e de gerar uma pesquisa de boa qualidade. Na circunstância de serem utilizados múltiplos casos é essencial a existência de um protocolo.

## 4 Resultados

### 4.1 Validação do modelo

É possível medir a acurácia geral do modelo por meio dos erros relativos observados em todas as simulações. As medições consideraram a diferença absoluta entre o valor dado pelo modelo e o valor teórico. Como se pode ver pelas estatísticas descritivas exibidas na Tabela 2, observa-se que o erro médio foi de 2,123% considerando uma amostra de 166 casos cada um com 100 mil simulações. A média aparada, isto é, depois de excluídos 5% dos menores valores e 5% dos maiores valores são de 1,804%.

**Tabela 2: Estatísticas descritivas dos erros relativos observados em todas as simulações**

Descriptive Statistics: erroAbsGeral						
Variable	N	Mean	Median	TrMean	StDev	SE Mean
erroAbsG	166	0,02123	0,01550	0,01804	0,02430	0,00189

Variable	Minimum	Maximum	Q1	Q3
erroAbsG	0,00000	0,18600	0,00665	0,02585

Fonte: elaborada pelos autores.

Os erros relativos dos  $\beta$ -indicadores resultantes (soma = 1,6%; subtração = 1,0%; multiplicação = 1,0% e divisão = 3,83%) mostram que as fórmulas empiricamente obtidas para operação algébrica de dois  $\beta$ -indicadores parecem adequadas, embora, obviamente, novos esforços devam ser feitos para melhorar os resultados até agora obtidos.

## 4.2 Aplicação empírica

Souza, Noveli & Endric (2003) argumentam que em EPEs, a peculiaridade do processo produtivo dificulta o processo de estimação de custos e formação de preços. Essa dificuldade advém, em grande parte, dos diversos fatores internos e externos que devem ser levados em consideração naquele processo. Devido a esses fatores, as decisões relativas ao processo de estimação de custos e formação de preços tendem a ser semi-estruturadas ou desestruturadas. O protocolo da aplicação empírica aqui analisada é exibido no Quadro 1.

**Quadro 1: Protocolo da pesquisa do modelo de  $\beta$ -indicadores para a gestão de custos**

<b>PROTOCOLO DE PESQUISA DA APLICABILIDADE DO MODELO DE <math>\beta</math>-INDICADORES PARA A GESTÃO DE CUSTOS</b>	
Objetivos	Verificar a aplicabilidade do modelo de $\beta$ -indicadores para a gestão de custos
Recursos	Inobservância de dispêndios ou de recursos financeiros na medida em que o estudo baseia-se em aplicação de <i>software</i> já desenvolvido.
Pessoal envolvido	Pessoas envolvidas: (a) orçamentistas e projetistas; (b) analistas de custos
Resultados Esperados	Verificação da aplicabilidade do modelo $\beta$ -indicadores à gestão de custos especialmente: a) para estabelecer níveis de alerta para custos estimados; e b) para estabelecer a probabilidade de determinado valor ser alcançado ou ultrapassado.
<b>PROCEDIMENTOS DE CAMPO</b>	
Locais de pesquisa	Realizada nos escritórios da empresa objeto de estudo: Implatec - Mecânica Ltda.
Procedimentos gerais	Coleta de valores referentes aos custos orçados e atribuídos.
<b>QUESTÕES DO ESTUDO DE CASO</b>	
Questão Relevante	O modelo de $\beta$ -indicadores tem fácil aplicação na gestão de custos?
Fontes de Informação	Setor de orçamento e Acompanhamento e Custos da Implatec-Mecânica Ltda.
<b>ASPECTOS DO PROCESSO DE AVALIAÇÃO</b>	
Operação 1	Levantamento de custos orçados nas versões otimista [a], mais provável [m] e pessimista [b] (período de 15/03/ a 30/10 de 2006).
Operação 2	Levantamento dos custos atribuídos (período de 23/03/2006 a 12/01 de 2007).
Operação 2	Reunião para discussão dos resultados e sugestão de melhorias.

Fonte: elaborado pelos autores.

De 63 orçamentos realizados, 19 deles foram vencidos e integralmente executados, como mostra-se na Tabela 3.

**Tabela 3: Orçamentos executados**

Orçamento [n]	[a]	Orçado [m]	[b]	Orç-Bi [r]	NA10%Dir [s]	Dif [t]=[r-m]
1	7530	<b>8200</b>	9600	8085	8875	-115
4	1320	<b>1500</b>	1750	1487	1508	-13
5	6980	<b>7500</b>	8600	7409	8029	-91
11	9920	<b>10100</b>	10500	10066	10291	-34
15	12500	<b>13500</b>	15600	13326	14512	-174
19	6330	<b>6500</b>	7000	6456	6728	-44
26	2430	<b>2600</b>	2800	2594	2705	-6
29	6730	<b>7000</b>	7600	6949	7286	-51
30	16840	<b>17500</b>	19000	17372	18214	-128
31	5920	<b>6500</b>	8000	6368	7200	-132
32	18460	<b>19200</b>	21000	19043	20048	-157
37	5680	<b>6200</b>	7300	6109	6729	-91
39	11120	<b>12300</b>	15000	12069	13584	-231
45	14130	<b>15300</b>	17600	15117	16420	-183
49	5620	<b>6200</b>	7300	6114	6738	-86
53	3450	<b>3700</b>	4100	3674	3901	-26
57	7420	<b>8100</b>	9500	7985	8777	-115
58	4210	<b>4300</b>	4400	4298	4352	-2
63	6540	<b>7000</b>	8000	6916	7479	-84
<b>Médias</b>	<b>8059</b>	<b>8589</b>	<b>9718</b>	<b>8497</b>	<b>9125</b>	<b>-93</b>

Fonte: elaborada pelos autores.

**Legenda:** [n] número do orçamento; [a] orçamento mais otimista; [b] orçamento considerado mais provável e entregue ao cliente; [b] orçamento pessimista; [r] orçamento calculado pelo modelo de  $\beta$ -indicadores? valor modal; [s] nível de alerta definido por  $\beta$ -indicadores, com 10% à direita; [t] diferença entre colunas r e m.

A coluna [m] contém os valores orçados e que constituíram a base para os valores apresentados ao cliente. Observar que, aplicando-se  $\beta$ -indicadores tais valores seriam os constantes na coluna [r], e que corresponde ao valor modal (mais provável) da  $\beta$ -distribuição. A coluna [t] apresenta a diferença entre os valores recomendados pelo modelo de  $\beta$ -indicadores e o valor efetivamente orçado: r-m. A diferença média é de -93,00, o que corresponde a uma diferença desprezível de -1,08%. A diferença não é estatisticamente significativa, com p-value=0,954

#### 4.2.1 Níveis de alerta para custos estimados

Os níveis de alerta para os custos estimados, dados pelo modelo de  $\beta$ -indicadores na coluna [s] estão limitados a 10%, isto é: a probabilidade de os custos orçados ultrapassarem os valores da coluna [s] é de 10%. Este limite chama a atenção para o controle da Produção, que deve estar atento aos custos acumulados.

**Figura 6:  $\beta$ -indicadores do orçamento número 63. Na linha 17: valor modal na coluna B e limitador de 10% na coluna G**

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	
2	<b>Beta Indicador</b>	Orçamento 63								
3	a= menor valor	6540,000								
4	m=mais provável	7000,000								
5	b= maior valor	8000,000								
6	Alpha	2,057								
7	Beta	3,403								
8	Mean	0,377								
9	Variance	0,036								
10	m/Moda	1,012								
11	moda	0,305								
12	Steps	14,600								
13	MP=Média pond.	7090,000								
14	MPN=Méd.Pond Normal.	0,377								
15	ModN=Moda Normalizada	0,315								
16	Média Beta Distr.	6971,405								
17	Moda	6916,286	Limitadores	10% esq.	6736,181	10% direita	7479,533	Mediana	7066,629	
18	h=MPN/(1-MPN)	0,604		20% esq	6830,590	20% direita	7340,403			
19	NumBeta	0,370	DenBeta	0,099	"Beta&Alpha"	3,740	2,260	Assimetria	0,347	
20	Outros limitadores		8,860	8,86% à esq	6723,629	8,86% à direita	7500,028			

Fonte: elaborado pelos autores.

O acompanhamento do nível de alerta foi feito com base num valor projetado:  $valortotal = 100 (\Sigma custos)/100\% realizado$ . Por exemplo, se a 50% do orçamento 63 a somatória dos custos fosse de \$3800, o  $valortotal = 100 (3800)/50 = 7600$ . Ora, este valor supera o valor de alerta que é de \$7479, exigindo uma atenção especial à realização do trabalho. O inconveniente observado desta prática decorreu do fato de ainda não existir uma estrutura adequada de apontamento e atribuição de custos, pelo que ocorria uma defasagem média de 10 dias. Na Figura 6, com relação ao orçamento 63, mostra-se o valor de alerta na célula 17G.

#### **4.2.2 Probabilidade de determinado valor ser alcançado ou ultrapassado**

É possível também calcular a probabilidade de um determinado valor ser alcançado. Na Figura 6 mostra-se que a probabilidade de os custos superarem \$7500 (célula 20G) é de 8,86%, como exibe a célula 20C. Esta probabilidade torna-se útil em momentos de negociação, pois auxiliam a definir valores limites.

### **5 Conclusões**

Acredita-se que se tenha atingido o objetivo principal do presente trabalho: propor um modelo determinístico para gestão de custos estimados em pequenas e médias empresas com base em  $\beta$ -indicadores. O modelo proposto é aplicável à gestão de custos e pode ser aplicado de diversas formas: i) para estabelecer níveis de alerta para custos estimados e ii) para determinar a probabilidade de certo custo ser alcançado ou ultrapassado.

Pequenas alterações no processo de apuração de custos possibilitam usar adequadamente os  $\beta$ -indicadores, não só na definição do custo modal (custo mais provável) mas também de nível de alerta na planilha de custos, chamando a atenção para a Produção quando tal nível estiver potencialmente sendo superado.

Observar que a construção de um  $\beta$ -indicador resultante, isto é, proveniente de adição, subtração, multiplicação ou divisão de dois  $\beta$ -indicadores fundamenta-se sobre fórmulas ajustadas empiricamente. Desta forma, é recomendável que se proceda a pesquisas adicionais com vistas a refinar o modelo neste critério. Estudos de caso tendentes a verificar o processo de utilização do modelo proposto em setores de custos e ajustes requeridos também podem ser feitos.

### **Referências**

ANDERSON; SWEENEY; WILLIAMS. **An introduction to anagement science: quantitative approaches to decision making.** New York: Tomson, 2003.

BELCHIOR, P. G. O. **Métodos de caminho crítico na administração de projetos.** Rio de Janeiro: Americana, 1974.

- BURY, K. V. **Statistical Models in Applied Science**. New York: John Wiley, 1975.
- DONAIRE, D. **A utilização do estudo de casos como método de pesquisa na área da administração**. São Paulo: FEA/USP- IMES/SCS, 1998.
- FENTE, J. KNUTSON, K. SCHEXNAYDER, C. **Defining a Beta Distribution Function for construction simulation**. In: FARRINGTON, P. A. NEMBHARD, H. B. STURROCK, D. T. EVAN, G. W. (eds) *Proceedings of the Simulation Conference*. Winter, 1999.
- GIL, A. C. **Técnicas de pesquisa em economia e elaboração de monografias**. São Paulo: Atlas, 2000.
- LESTER, A. **Project Planning and Control**. London: Butterworth, 1982.
- MITTELHAMMER, R. C. **Mathematical statistics for economics and business**. New York: Springer, 1995.
- SOUZA, A.A.; NOVELI, M.; ENDRICI, J.O.M. Incerteza e vieses nas decisões relativas ao processo de estimação de custos e formação de preços em empresas de produção por encomenda. **Anais... XVII Enanpad**. Rio de Janeiro: Anpad, 2003
- STANGER, L. B. **Pert-CPM: técnica de planejamento e controle**. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1967.
- TURTLE, Q. C. **Implementing concurrent project management**. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1994.
- WALKER II, E. D. Introducing Project Management Concepts using a Jewelry Store Robbery. **The Decision Sciences Journal of Innovative Education**. Statesboro, 2001.
- WALTON, M. **O método Deming de administração**. Rio de Janeiro: Marques Saraiva, 1989.

**Artigo recebido em:** 25 de agosto de 2007

**Artigo aceito para publicação em:** 24 de outubro de 2007