
Modelos de Evaluación del Riesgo de Insolvencia de Empresas Españolas Cotizadas

Laura Edith Taboada Pinheiro ¹

Juliano Lima Pinheiro ²

• Artigo recebido em: 03.07.2008 •• Artigo aceito em: 10.08.2008 ••• Segunda versão aceita em: 16.09.2008

Resumo

El objetivo de este trabajo es analizar las características económico-financieras de una muestra de empresas españolas industriales y con acciones en Bolsa, compuesta por empresas que tuvieron dificultades financieras y por empresas consideradas solventes, con el propósito de construir modelos de predicción de crisis empresariales. Las técnicas estadísticas empleadas son el Análisis Discriminante y el Análisis Logit. Ambos métodos proporcionaron altos porcentajes de acierto en la clasificación de las empresas, siendo éstos en torno del 95% para el año anterior al fracaso y del 80% en el segundo año anterior. El modelo Logit presentó resultados en la estimación levemente superiores a los del Análisis Discriminante, si bien en las pruebas de validación del modelo el Análisis Discriminante se mostró mejor, manteniendo los mismos porcentajes de acierto de la estimación. Los ratios seleccionados por los modelos como mejores variables explicativas del fracaso fueron, principalmente: los de rentabilidad económica y los de generación de recursos. De esta forma, el estudio permitió trazar un perfil característico de las empresas españolas que atravesaron problemas de insolvencia.

Palavras-chave: Insolvência. Predicção de Quebras. Índices Financieros. Análisis Discriminante. Regresión Logística.

¹ Doutora em Ciências Contábeis e professora do Programa de Mestrado em Ciências Contábeis da Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG. Endereço: Av. Antônio Carlos, 6.627, Faculdade de Ciências Econômicas, Sala 2022, Campus Pampulha, Belo Horizonte, MG, CEP 31270-901. Telefone: (31) 3409-7136. E-mail: ltaboada@face.ufmg.br.

² Doutor em Ciências Contábeis e professor do IBMEC Minas Gerais. Endereço: Av. Alameda da Serra, 400, Vale do Sereno, Nova Lima, MG, CEP 34000-000. Telefone: (31) 3264-9339. E-mail: jlp@gold.com.br. Nota: este artigo foi aceito pelo Editor Romualdo Douglas Colauto e passou por uma avaliação *double blind review*.

Models to Valuating the Risk of Insolvency to Open Spanish Companies

Abstract

The objective of this study is to analysis the economic-financial characteristics of a sample of open Spanish industrial companies made up of some which had financial difficulties and others considered solvent, with the aim of building prediction models of companies' crises. The statistics techniques used are Discriminant Analysis and Logistic Analysis. Both methods give a high percentage of accuracy in the companies' classification, being in the region of 95% from the year prior to failure and 80% accuracy from the second year previous. The Logit model gave slightly more accurate results than the Discriminant Model, even though the Discriminant Model proved more accurate with the validation tests, maintaining the same percentages in its estimation accuracy. The ratios selected for the models as the best variables for explaining failure were: the economic profitability and the generation of resources. From this, the study allowed a characteristic profile to be outlined of Spanish companies which are passing through problems of insolvency.

Keywords: Insolvency. Prediction of Bankruptcy. Financial Ratios. Discriminant Analysis. Logistic Regression.

1 Introdução

El fracaso empresarial es uno de los problemas que ha venido enfrentando la economía lo largo del tiempo e sobre el cual aún no se ha llegado a elaborar una teoría positiva que permita la anticipación del mismo. Por ello, e desde una óptica puramente empírica, se han elaborado diversos sistemas de indicadores de alerta de crisis financieras.

Ontiveros y Valero (1987, p. 25) denominan a los modelos de predicción de crisis empresariales “modelos microeconómicos”, dado que éstos parten de la base de que los principales problemas del fracaso empresarial se localizan en la misma empresa, de forma que se tratará, en definitiva, de determinar los rasgos más significativos que pueden observarse en las empresas en crisis, por contraposición con las empresas con éxito, rasgos que sirvan para detectar, e incluso predecir, la situación de fracaso.

Dado que los modelos de predicción de insolvencia presentan limitaciones geográficas, sectoriales y dimensionales el objetivo de este estudio es construir modelos de previsión de insolvencia válidos para empresas españolas industriales y de gran dimensión.

Este trabajo se encuentra estructurado en siete epígrafes. Tras esta introducción, se dedica el segundo epígrafe a la revisión de estudios previos sobre modelos multivariantes de predicción de insolvencia. En el tercero epígrafe se exponen los métodos y técnicas de investigación incluyendo la descripción de la muestra, las variables consideradas e las técnicas estadísticas multivariantes utilizadas en la elaboración de los modelos.

En los epígrafes cuarto y quinto se exponen los resultados de las técnicas multivariantes discriminante y logit y los modelos de predicción de crisis empresariales para uno y dos años antes del fracaso. En el sexto epígrafe se presentan los resultados de la validación de los modelos estimados y, por último, en el séptimo epígrafe se comentan las conclusiones alcanzadas.

2 Estudios previos sobre modelos multivariantes de predicción de fracaso empresarial

En España, este es uno de los primeros trabajos sobre modelos de predicción de insolvencia en empresas cotizadas, no financieras ni de seguros, con excepción del estudio de Gabás (1990), que estableció como criterio de solvencia un parámetro en función de la cotización ser superior o igual al 50% o inferior al 50% para establecer las muestras de empresas sanas y fracasadas. Las técnicas empleadas por Gabás (1990) fueron el análisis discriminante, análisis logit y algoritmo de particiones sucesivas, alcanzando resultados con la muestra de estimación, con las tres técnicas utilizadas, superiores al 94%, siendo el análisis logit el que produjo el porcentaje de acierto mayor (98%).

A nivel internacional, los precursores de las investigaciones estadísticas sobre modelos de predicción de fracaso fueron Beaver (1966), a través de técnicas univariantes y Altman (1968), con técnicas multivariantes. Desde entonces, se han realizado una gran cantidad de estudios sobre el tema, estando entre los más importantes, desarrollados para empresas que incluyan

a las del sector industrial como en este estudio, los de Altman (1968) y (1993), Deakin (1972), Edmister (1972), Blum (1974), Taffler (1974) descrito en Taffler (1982), Libby (1975), Taffler y Tisshaw (1977), Altman et al (1977), Ohlson (1980), Gentry et al (1985) y Casey y Bartczak (1984) y (1985).

El criterio mayoritariamente adoptado en dichos estudios para definir el fracaso ha sido el de quiebra legal o suspensión de pagos, con excepción de Edmister (1972) que consideró fracasadas a las empresas que no devolvieron un préstamo. En cuanto al tamaño de las empresas, los estudios de Altman (1968) y (1993), Taffler (1974), Taffler y Tisshaw (1977) y Ohlson (1980) trabajaron con empresas cotizadas, siendo que los restantes trabajos se basaron en empresas de tamaño pequeño y medio.

Las técnicas multivariantes utilizadas fueron en casi todos ellos el análisis discriminante, con excepción de Ohlson (1980) que fue uno de los pioneros en utilizar el análisis logit. Gentry et al (1985) utilizó, además del análisis discriminante, el análisis logit y el análisis probit y Casey y Bartczak (1984) y (1985) también aplicaron el análisis logit, además del discriminante. Los resultados alcanzados en dichos estudios con la muestra de estimación y con los datos del año anterior al fracaso se encuentran entre 87% y 99% y aquellos que validaron los modelos obtuvieron resultados para el año anterior al fracaso entre 72% y 95%, siendo, por tanto, como es de esperar más bajos que los de estimación.

3 Métodos y técnicas de investigación

La investigación propuesta en este trabajo se caracteriza como cuantitativa y descriptiva, utilizándose técnicas y métodos para la obtención, tratamiento e interpretación de datos de forma a concluir para la población objeto de estudio los resultados obtenidos a partir de los datos de una muestra de la población.

En este epígrafe se comenta el camino seguido para la obtención de la muestra de empresas fracasadas y de empresas sanas. A continuación se presentan cuáles fueron las variables consideradas en el estudio y, finalmente, se exponen las técnicas multivariantes utilizadas para la elaboración de los modelos de predicción de insolvencia. Para la aplicación de las técnicas estadísticas mencionadas se utilizó las herramientas

informáticas de hoja de cálculo Excel y el paquete estadístico SPSS (*Statistical Package of Social Sciences*).

3.1 Descripción de la muestra

Las empresas objeto del estudio son empresas españolas de gran dimensión sujetas al control de la Comisión Nacional del Mercado de Valores (CNMV), no pertenecientes al sector financiero ni de seguros.

El primer paso para conformar la muestra fue definir el criterio de fracaso. De acuerdo con Gabás (1997, p. 15) la variedad de situaciones por las que puede transitar una empresa insolvente dificulta fuertemente dar el concepto de fracaso empresarial, lo que obliga a los investigadores de la insolvencia o del fracaso empresarial a definir su concepto propio de forma explícita, por lo que se utilizan variadas definiciones en función de los objetivos o en razón de la disponibilidad de datos.

En esta investigación se ha elegido, por su objetividad, el correspondiente a la delimitación legal, por el cual se consideraron fracasadas aquellas empresas en las que se ha admitido la solicitud de suspensión de pagos o quiebra. Para la identificación de las empresas fracasadas, se analizó cada uno de los hechos relevantes comunicados a la CNMV en el período 1992 a 2001, de cada una de las 691 empresas no financieras ni de seguros supervisadas por la Comisión que comprendían la muestra total.

De esta forma se identificaron 30 empresas fracasadas. Por ser necesario para la elaboración de modelos de predicción de insolvencia, se realizó el emparejamiento de cada empresa fracasada con otra que no haya fracasado del mismo sector, tamaño, en función del activo total, y año, conformando así una muestra total de 60 empresas. Finalmente, se procedió a la obtención de las cuentas anuales de la muestra de empresas fracasadas y de la muestra de empresas emparejadas de los dos años previos al fracaso a fin de construir la base de datos en Excel.

3.2 Variables consideradas

La elección del conjunto posible de variables explicativas del fracaso empresarial se realizó en función de la revisión de varias investigaciones

empíricas relevantes sobre modelos de predicción de fracaso como también de la revisión de la literatura de análisis contable, de modo de incluir todos aquellos ratios más frecuentemente utilizados.

De esta forma fue elaborada la lista de 73 ratios que hicieron parte del análisis, presentados en el Cuadro 1, agrupados, bajo un criterio simplificador, en cuatro grupos principales: Liquidez (L), Endeudamiento (E), Rentabilidad (R) y Rotación (Ro). Sus nomenclaturas se encuentran expuestas en el Cuadro 2.

Cuadro 1: Ratios considerados en el estudio

Ratio	Descripción	Agr.	Ratio	Descripción	Agr.	Ratio	Descripción	Agr.
R01	AC/PC	L	R26	RN/DT	R	R51	T/V	Ro
R02	AD/PC	L	R27	RAIT/DT	R	R52	PC/DT	E
R03	(T+IFT)/PC	L	R28	CFT/DT	R	R53	FP/AT	E
R04	T/PC	L	R29	RN/PC	R	R54	FP/DT	E
R05	AD/AC	L	R30	RAT/PC	R	R55	PC/FP	E
R06	T/AC	L	R31	CFT/PC	R	R56	ELP/AT	E
R07	INTÉRV.S/CRÉD.	L	R32	RN/V	R	R57	PC/AT	E
R08	(AC-PC-E)/APR	L	R33	RAT/V	R	R58	DT/AT	E
R09	(T+IFT)/CC	L	R34	RA/V	R	R59	RP/PT	E
R10	CC/(V+OING+RF)	L	R35	CFT/V	R	R60	RP/PC	E
R11	AC/AT	L	R36	CFT/RE	R	R61	FP/AF	E
R12	AD/AT	L	R37	GF/DT	R	R62	RP/AF	E
R13	(T+IFT)/AT	L	R38	(GP+DA)/VA	R	R63	AR/DT	E
R14	T/AT	L	R39	GP/V	R	R64	DA/IM	E
R15	CC/AT	L	R40	RF/V	R	R65	DA/(AF-IF+GDVE)	E
R16	RN/AT	R	R41	V/AT	Ro	R66	BNOD/AT	E
R17	RAT/AT	R	R42	V/AF	Ro	R67	GF/VA	E
R18	RAIT/AT	R	R43	V/FP	Ro	R68	GF/V	E
R19	RA/AT	R	R44	V/DT	Ro	R69	RAIT/GF	E
R20	RAIT y Ext./AT	R	R45	V/PC	Ro	R70	RE/GF	E
R21	RE/AT	R	R46	AC/V	Ro	R71	VM/DT	Ot
R22	VA/AT	R	R47	CC/V	Ro	R72	CFO/AT	Ot
R23	CFT/AT	R	R48	AD/V	Ro	R73	%Crec.VA	R
R24	RN/FP	R	R49	E/V	Ro			
R25	RAT/FP	R	R50	D/V	Ro			

Fuente: elaborado por los autores.

Cuadro 2: Nomenclaturas utilizadas en los ratios

Nomenclatura	Descripción
AC	Activo Circulante
AD	Activos Defensivos = AC - E
AF	Activo Fijo = Inmovilizado
APROV	Aprovisionamientos
AR	Activo Real = AT - Activos Ficticios
	Activos Ficticios = GDVE + Acc.p/Desemb.No Ex. + Acc.p/Des.Ex. + Acc.Propias CP
AT	Activo Total
BNOD	Ben. No distrib. = Reservas = [Reservas (no R.Revaloriz. ni Prima Emis.) + Rtdos.Ej.Ant.]
CC	Capital Circulante = AC - PC = Fondo de Maniobra
CFO	Cash Flow Oper. calc. a partir del CFT = CFT - Variac. AC Explot. + Variac. PC Explot.
	AC Explotación = E + D + Ajustes Periodificación
	PC Explotación = PC - Deudas con Entidades de Crédito - Emisiones Obligaciones y Otros
CFT	Cash Flow Tradicional = RN + DA + Provis. LP = Recursos Generados
D	Deudores
DA	Dotación p/Amortizaciones de Inmovilizado
DT	Deuda Total = Pasivo Exigible = PT - FP = Fondos Ajenos = ELP + PC
E	Existencias
ELP	Exigible Largo Plazo = Acreed.a LP + Prov.Riesgos/Gtos.LP + Ing.a Dist.Vs.E.
FP	Fondos Propios = Patrimonio Neto
GDVS	Gastos a Distribuir en Varios Ejercicios
GF	Gastos Financieros
IF	Inmovilizado Financiero
IFT	Inversiones Financieras Temporales
IM	Inmovilizado Material
INTÉRV.S/CRÉD.	Intervalo sin Crédito = (AC - E - PC) / (Gtos.Explot. - DA - Provis.de Tráfico)
OING	Otros Ingresos
PC	Pasivo Circulante + Prov.Riesgos/Gtos.CP
PT	Pasivo Total = FP + ELP + PC
RA	Resultado de la Actividad = Rtdo. de las Actividades Ordinarias
RAIT	Rtdo. antes de Int. e Imp. = RAT + GF
RAIT y Ex.	Rtdo. antes de Int., Imp.y Extraordinarios = Rtdo. Actividad + GF
RAT	Rtdo. antes de Impuestos
RE	Rtdo. de la Explotación = Ingresos Exp. - Gastos Exp.
RF	Rtdo. Financiero
RN	Rtdo. Neto = Rtdo. después de Impuestos = Rtdo. del Ejercicio
RP	Recursos Permanentes = Pasivo Fijo = FP + ELP
T	Tesorería = Disponible
V	Ventas = Importe Neto de la Cifra de Negocios
VA	Valor Añadido = Ing. Exp. - Cons. Exp. - Otros Gtos. Exp. = RBE = Rtdo. Bruto de Exp.
	Consumos Exp. = Reducc. Exist. Prod. + APROV + GP
VM	Valor de Mercado. Cap. Social = Valor Bursátil de la Empresa = Valor de la Acción a FCE por cant. Acciones

Fuente: elaborado por los autores.

El paso siguiente fue analizar la normalidad de los ratios a través de pruebas paramétricas y no paramétricas, debido a que algunas técnicas estadísticas empleadas requieren dicha condición en las variables. A continuación se verificó la existencia de diferencias significativas en las medias de los ratios de las empresas fracasadas y las sanas por medio de la técnica de análisis de la varianza, conocido como ANOVA de un factor, a fin de identificar los posibles ratios con poder discriminante, el cual arrojó como resultado un total de 40 ratios que rechazan la hipótesis nula de igualdad de medias.

Los ratios con diferentes medias arrojados por el análisis de la varianza son: R01, R02, R04, R06, R12, R13, R14, R15, R16, R17, R18, R19, R20, R21, R22, R23, R26, R27, R28, R29, R30, R31, R37, R41, R42, R44, R45, R53, R54, R56, R57, R58, R59, R61, R62, R63, R66, R69, R70 y R71, siendo éstos justamente los que demostraron no rechazar la normalidad según la prueba no paramétrica de Kolmogorov-Smirnov para una muestra, test que resultó menos estricto que los paramétricos de Shapiro-Wilk e Kolmogorov-Smirnov^L.

También se procedió a analizar las correlaciones entre los ratios mediante el coeficiente de asociación de Pearson y se aplicó el análisis factorial a fin de identificar cuáles son los ratios que captan mayor información y así reducir el número de ellos en la elaboración de los modelos multivariantes, lo que contribuirá también a interpretar las relaciones entre las variables.

Como resultado de la aplicación de la técnica factorial, habiéndose rotado los factores en forma ortogonal a través del método Varimax, el programa retuvo 14 componentes principales de las 72 variables introducidas (el ratio R71 no hizo parte del análisis porque posee muchos valores perdidos). Con ellos se retiene el 93,17% de la varianza total y a partir del siguiente componente decae bastante el porcentaje de varianza retenido.

La Tabla 1 muestra los ratios que componen cada factor, en función de la mayor correlación con dicha componente y con coeficientes de correlación superiores a 0,5, presentándose también el porcentaje de la varianza retenido por cada componente y el acumulado.

Tabla 1: Ratios incluidos en cada factor en f/ de su mayor correlación con él y p/ orden descendente de correlación dentro del factor

Factor	Ratios	%Var.	% Acumulado
Factor 1	R16, R17, R23, R18, R21, R19, R20, R22, R26, R27, R28, R31, R30, R29, R72	27,76	27,76
Factor 2	R01, R02, R63, R54, R60, 53, R57, R58, R59, R03, R15, R66	14,88	42,64
Factor 3	R49, R39, R32, R33, R50, R46, R51, R48	8,74	51,38
Factor 4	R08, R40, R47, R34, R68, R07, R35	7,79	59,17
Factor 5	R11, R12, R61, R52, R42, R56, R62	6,75	65,92
Factor 6	R43, R55, R24, R25	5,22	71,13
Factor 7	R06, R14, R04	4,13	75,27
Factor 8	R41, R45, R44	3,56	78,83
Factor 9	R65, R64	3,29	82,12
Factor 10	R05	2,98	85,10
Factor 11	R38, R67	2,35	87,46
Factor 12	R70, R69	2,19	89,65
Factor 13	R73, R09	1,81	91,46
Factor 14	R10, R13	1,71	93,17

Fuente: elaborado por los autores.

3.3 Técnicas estadísticas multivariantes utilizadas

El estudio empírico realizado a través del análisis multivariante se encuadra dentro de los problemas de generalización, en los que a partir de unos datos el modelo extrae una función matemática, que al suministrar otros datos el modelo da un output. Serrano (1995, p. 96) señala que la clasificación y la predicción son dos problemas típicos de generalización. En los problemas de clasificación el output pertenece a un conjunto finito de clases, mientras que en los problemas de predicción no lo es.

En este trabajo se intentará abarcar ambos problemas, para lo cual se estimará un modelo matemático que permita clasificar a las empresas que fracasan frente a las que no lo hacen y conocer cuáles son las características diferenciales de ambos tipos de empresas. Luego se avanzará buscando resolver el segundo problema, el de predicción del fracaso empresarial, para lo cual se procederá a validar el modelo a fin de verificar la eficacia de su generalización.

Entre las técnicas estadísticas válidas para explicar y predecir la insolvencia empresarial se ha elegido utilizar el análisis discriminante y la

regresión logística, por ser las más ampliamente utilizadas y mejor dominadas.

3.3.1 Análisis Discriminante

El análisis discriminante lineal aplicado a la predicción de quiebra por Altman (1968), Deakin (1972), Edmister (1972), Blum (1974), Taffler (1974), etc. busca establecer, a partir de los ratios financieros calculados en base a los estados financieros, una función lineal que clasifique con el mayor grado de acierto a los dos grupos en que se divide la población, empresas fracasadas y empresas sanas.

La discriminación se lleva a cabo estableciendo las ponderaciones del valor teórico para cada variable de tal forma que maximicen la varianza entre-grupos frente a la varianza intra-grupos. La combinación lineal para el análisis discriminante, también conocida como función discriminante, se deriva de una ecuación que adopta la siguiente forma:

$$Z_{jk} = a + W_1X_{1k} + W_2X_{2k} + W_3X_{3k} + \dots + W_nX_{nk}$$

donde:

Z_{jk} = puntuación Z discriminante de la función discriminante j para el objeto k

a = constante

W_i = ponderación discriminante para la variable independiente i

X_{ik} = variable independiente i para el objeto k

De esa forma si la puntuación Z de cada empresa, es mayor que cero, la misma se considera como sana y para Z menor que cero como fracasada. El análisis discriminante exige una serie de supuestos: (1) normalidad de las variables independientes; (2) matrices de covarianzas iguales para los dos grupos; (3) distribuciones independientes de ambos grupos y sin solapamiento entre ambas.

El primero de ellos ha sido investigado por autores como Deakin (1976) y Frecka y Hopwood (1983) quienes verifican una falta de normalidad en casi todos los ratios analizados y un progresivo acercamiento a la distribución deseada cuando se les aplican transformaciones, se extraen los valores extremos o se realiza un acotamiento sectorial. Hair et al (1999, p. 264) comentan que existe evidencia contradictoria sobre la sensibilidad del análisis discriminante a incumplimientos del supuesto de normalidad multivariante de las variables independientes y de matrices de covarianza y dispersión desconocidas, pero iguales, para los grupos.

La estimación de la función discriminante se puede llevar a cabo utilizando el método de cálculo simultáneo o el método por etapas. El primero implica el cálculo de la función discriminante donde todas las variables independientes son consideradas simultáneamente, sin considerar la capacidad discriminante de cada variable. Este método se considera apropiado cuando, por razones teóricas, se quiere introducir todas las variables independientes en el análisis y no se está interesado en observar resultados intermedios basados solamente en las variables que discriminan mejor.

La estimación por etapas es una alternativa al enfoque simultáneo, el cual incluye las variables independientes dentro de la función discriminante de una en una, según su capacidad discriminatoria, siendo útil este método cuando se quiere considerar un número relativamente grande de variables independientes para incluir en la función, por lo que seleccionando secuencialmente la siguiente variable que mejor discrimina en cada paso, se eliminan las variables que no son útiles para discriminar entre los grupos y se identifica un conjunto reducido de variables. Este conjunto reducido es generalmente tan bueno como el conjunto completo de variables.

3.3.2 Análisis Logit

El análisis logit es una técnica de probabilidad condicional que se utiliza para estudiar la relación entre una serie de características de un individuo y la probabilidad de que dicho individuo pertenezca a uno de entre los dos grupos establecidos a priori. Esta técnica fue aplicada por autores como Ohlson (1980), Gentry et al (1985) y Casey y Bartczak (1984) y (1985) en la predicción de insolvencia de empresas industriales.

La variable dependiente es cualitativa, de carácter dicotómico, en donde el valor 0 indica en este estudio que la empresa es fracasada y el valor 1 que la empresa es sana.

La regresión logística tiene la ventaja de verse menos afectada que el análisis discriminante cuando no se cumplen los supuestos básicos, ya que no plantea restricciones respecto a la normalidad en la distribución de las variables independientes, ni respecto a la igualdad de matrices de varianzas y covarianzas de cada grupo. El modelo logit se basa en la función de distribución logística:

$$P_i = F(z_i) = \frac{1}{1 + e^{-z_i}}$$

Siendo z_i una combinación lineal de una o más variables independientes, en la cual los β representan los coeficientes a estimar:

$$z_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \dots + \beta_k X_k$$

De esta forma, el paquete estadístico SPSS 10.0 utilizado, arroja los coeficientes de la función z_i por lo que para aplicar el modelo se debe colocar dicha función lineal dentro de la función de distribución logística presentada. En la ecuación de regresión, la variable dependiente (z_i) es el logaritmo del cociente entre la probabilidad de que una empresa sea fracasada y su complementario, la probabilidad de que sea sana. El análisis logit transforma el problema de predecir probabilidades comprendidas entre 0 y 1 en el problema de pronosticar una variable ($P_i / 1 - P_i$) que puede tomar cualquier valor real.

Dado que el modelo proporciona un valor continuo de probabilidad de respuesta entre 0 y 1, se ha utilizado como punto de corte una probabilidad estándar de $P(F) = 0,5$, a efectos de compararla con la probabilidad obtenida y así proceder a clasificar cada una de las observaciones como fracasada o sana.

3.3.3 Validación de los modelos elaborados

La validación de los resultados de los modelos de predicción de insolvencia con una muestra diferente de la de estimación es necesaria para otorgarle a los mismos poder predictivo. Normalmente se subdivide la muestra en dos partes de modo a obtener una muestra de estimación y otra de validación.

Por estar conformada la muestra de empresas fracasadas por 30 empresas se ha preferido no segmentarla con fines de validación adoptando otro recurso que es la validación de los modelos con la misma muestra de estimación pero dejando un elemento afuera, el cual fue llamado por Lachenbruch y Mickey (1968, p. 5) de “Método U”.

El método utilizado para validar los modelos, propuesto por Lachenbruch (1967) consiste en que la primera muestra se compone de todos los casos a excepción del primero, que sirve para realizar la validación. La segunda muestra está formada por todos los casos excepto el segundo, con el que se efectuará el test, y así sucesivamente. Luego se computan los errores Tipo I y Tipo II de los test realizados con cada uno de los casos. De esa forma, se consigue validar el modelo estimado sin precisar de una muestra diferente.

Dambolena y Khoury (1980, p. 1024), que utilizaron el método de validación “dejar uno afuera”, propuesto por Lachenbruch, para validar el modelo de predicción de fracaso estimado, sostienen que este procedimiento es ampliamente aceptado como el mejor método de validación a menos que la muestra sea muy grande, en cuyo caso el método clásico de validación es normalmente utilizado.

4 Resultados del Análisis Discriminante

Uno de los principales requisitos del análisis discriminante es la normalidad de la distribución de los ratios. La misma fue estudiada variable por variable y considerando los resultados del test no paramétrico de Kolmogorov-Smirnov para una muestra, no rechazan la hipótesis de normalidad el 60% de los ratios en las empresas fracasadas y el 81% de los ratios en las empresas sanas. Si bien estos resultados no son óptimos para

aplicar el análisis discriminante se ha decidido continuar con el mismo a pesar de que muchos ratios no poseen una distribución normal.

Otro de los problemas enfrentados es la existencia de multicolinealidad entre las variables elaboradas, para lo cual fueron considerados los resultados del análisis factorial de componentes principales y las tablas de correlación simple existente entre las variables.

Primeramente, se estimó un modelo a través del método simultáneo, con los 14 ratios elegidos como representativos de cada componente principal del análisis factorial, el cual arrojó un porcentaje de acierto global en la clasificación de 86,7%, contando además con la complejidad que representa trabajar con 14 variables.

En función de ello, se utilizó el método por etapas para derivar la función discriminante incorporando los 70 ratios y utilizando la distancia de Mahalanobis como criterio para ir introduciendo los mejores ratios en la solución óptima (fueron eliminados los ratios R71, R72 y R73 por poseer muchos valores perdidos). La función resultante incorporó tres ratios alcanzando un porcentaje de acierto global de 93,3%.

Se procedió también de la misma forma, a través del método por etapas, para estimar el modelo para el segundo año anterior al fracaso. La función resultante incorporó solamente un ratio, el cual se encuentra también presente en la función estimada de la misma forma para el año anterior al fracaso, alcanzando un porcentaje de acierto global del 80%. A continuación se analizan los dos modelos discriminantes seleccionados para cada uno de los dos primeros años anteriores al fracaso.

4.1 Modelo Discriminante para el primer año anterior al fracaso

La función discriminante del modelo elegido para el primer año anterior al fracaso la componen los ratios: R20, R36 y R56, los cuales fueron determinados en tres etapas, habiéndose incorporado en ese orden.

$$Z = 0,583 + 7,937 R20 + 0,352 R36 - 2,403 R56$$

De modo que si la puntuación Z de cada empresa, es mayor que 0, la misma se considera como sana y para $Z < 0$ como fracasada. La prueba de Lambda de Wilks demostró que en los ratios R20 y R56 hay diferencias significativas en las medias de los distintos grupos, en cuanto el ratio R36 no rechaza la igualdad de medias entre los dos grupos al nivel de 0,05, ya que arrojó un nivel de significación de 0,052.

Dos p-valores de Lambda de Wilks certifican la significatividad de los ejes discriminantes, encontrándose en primer lugar el ratio R20 con una significación de 0,000 y luego el ratio R56 con una significación de 0,008.

La homocedasticidad del modelo fue verificada a través del estadístico M de Box, cuyo p-valor cero impide aceptar la hipótesis de igualdad de matrices de covarianza entre los grupos. Sin embargo, dada la existencia de evidencia contradictoria sobre la sensibilidad del análisis discriminante a este tipo de incumplimientos y la constatación por algunos investigadores, como Altman et al (1977) y Eisembeis (1977), que la aplicación del análisis discriminante de forma cuadrática no mejora sustancialmente los resultados, se ha decidido continuar a pesar de la falta de cumplimiento de este requisito.

La significación estadística de la función canónica discriminante se valoró a través de la medida de Lambda de Wilks, en donde su p-valor cero denota la significatividad de los ejes discriminantes, con lo que su capacidad explicativa será buena. Tanto las ponderaciones discriminantes estandarizadas como las F parciales, expuestas a través de la Tabla 2, denotan que el ratio R20 es el de mayor importancia relativa en la discriminación de los grupos, siguiéndole el R36 y por último el R56, no presentando correlación entre los mismos.

Tabla 2: Contribución de cada variable a la capacidad discriminatoria del modelo

Variable	Ponderaciones	F parciales	Correlación
R20	0,916	45,427	0,833
R36	0,543	9,640	0,227
R56	-0,356	3,954	-0,317

Fuente: elaborado por los autores.

Se analiza a seguir la función discriminante en función de los ratios que la integran, sus coeficientes y signos. En la Tabla 3 se exponen los estadísticos descriptivos de los ratios, en donde se observan las diferencias existentes entre ambos grupos de empresas.

Tabla 3: Descriptivos de los ratios en n-1 seleccionados por el análisis discriminante en n-1

Ratio	Variable	Media	Desviación típica	Media recortada al 5%
R20	Fracasada	-0,172919	0,149308	-0,157119
	Sana	0,04337	0,06607	0,04522
R36	Fracasada	0,658454	1,678137	0,738181
	Sana	1,447693	1,396602	1,294158
R56	Fracasada	0,235695	0,164721	0,230987
	Sana	0,130017	0,129693	0,119244

Fuente: elaborado por los autores.

El ratio R20 de rentabilidad, RAIT y Ext./AT, definido como resultado antes de intereses, impuestos y extraordinarios a activo total, es el que más contribuye en la discriminación de los grupos. Este ratio compone el Factor 1 del análisis factorial, con un coeficiente de correlación con la componente principal de 0,914. Dicho factor lo integran un conjunto de ratios de rentabilidad económica y otro de rentabilidad sobre componentes del pasivo. Su media muestra que las empresas fracasadas presentan rentabilidad económica negativa del 17% frente a un 4% positivo de las empresas sanas.

El ratio R36, también de rentabilidad, CFT/RE, determinado por la relación del cash flow tradicional a resultados de la explotación, fue seleccionado en la segunda etapa del proceso, no presentando correlación alta con ninguna componente principal. La media de este ratio de generación de recursos sobre los resultados de explotación en las empresas fracasadas es de 66% en cuanto en las sanas es de 145%.

El ratio R56 de endeudamiento, ELP/AT, definido como exigible a largo plazo a activo o pasivo total, fue el último a incorporarse a la función, y hace parte del Factor 5 que lo integran ratios de estructura del activo y del pasivo, presentando una correlación con el componente de 0,773. La media de este ratio de endeudamiento a largo plazo en relación al pasivo total es de 24% en las empresas fracasadas y de 13% en las sanas.

Los signos de los coeficientes de los tres ratios en la función coinciden con los signos presentados en las ponderaciones y cargas discriminantes, lo que condice con la buena capacidad explicativa del modelo. El ratio R56 es el único que presenta un coeficiente con signo negativo en la función, lo cual es razonable, ya que es un ratio de endeudamiento y se interpreta cuanto menor mejor.

4.2 Modelo Discriminante para el segundo año anterior al fracaso

La función discriminante del segundo año anterior al fracaso, llamada de “ Z’ ”, está compuesta por un único ratio, el R20, que fue determinado en el primer paso, con un coeficiente de signo positivo y una constante también de signo positivo. Este mismo ratio también hace parte de las variables que incorpora el modelo de n-1, habiendo sido incluso el de mayor contribución al poder discriminante de la función.

La prueba de Lambda de Wilks demostró que en dicho ratio hay diferencia significativa en las medias de los dos grupos, arrojando un p-valor de 0,000, lo que certifica la significatividad de los ejes discriminantes. La homocedasticidad del modelo fue verificada a través de la M de Box, en donde en función del valor de significación de 0,675 no se puede rechazar la hipótesis nula de igualdad de matrices de covarianza entre los grupos.

La función discriminante del modelo para el segundo año anterior al fracaso quedó constituida de la siguiente manera:

$$Z' = 0,213 + 14,672 R20$$

Los estadísticos descriptivos del ratio R20 en n-2, presentados en la Tabla 4, muestran que la rentabilidad económica media de las empresas fracasadas es de 8% negativa frente a un 4% positivo de las empresas sanas, lo que demuestra el deterioro que sufren los ratios de las empresas fracasadas al aproximarse a la fecha de fracaso, ya que este ratio en n-1 evidencia una rentabilidad negativa de 17% en las fracasadas en cuanto en las sanas se mantiene constante en 4% positiva.

Tabla 4: Descriptivos del ratio R20 en n-2 seleccionado por el análisis discriminante en n-2

Variable	Media	Desviación típica	Media recortada al 5%
Fracasada	-0,0753	0,07085	-0,0796
Sana	0,04424	0,06546	0,04131

Fuente: elaborado por los autores.

Los resultados obtenidos en la clasificación, tanto los relativos a la muestra global como los de error tipo I y tipo II, para los modelos de análisis discriminante estimados para n-1 y para n-2 son presentados en la Tabla 5.

Tabla 5: Resultados de la clasificación de los modelos discriminantes

		Modelo n-1	Modelo n-2
Global	% Acierto	93,3	80,0
	% Error	6,7	20,0
Tipo I	% Acierto	90,0	80,0
	% Error	10,0	20,0
Tipo II	% Acierto	96,7	80,0
	% Error	3,3	20,0

Fuente: elaborado por los autores.

5 Resultados del Análisis Logit

En la estimación de los modelos multivariantes a través del análisis logit, para los dos años anteriores al fracaso, se utilizó el método por pasos hacia delante, a través de la razón de verosimilitud, de tal forma que en el modelo final sólo queden aquellos ratios realmente significativos, siendo, por tanto, el valor crítico para seleccionar una variable 0,05 y para eliminarla 0,1. Tanto en el modelo para el año anterior al fracaso como en el del segundo año previo fueron incorporados, como variables independientes, los 70 ratios elaborados.

5.1 Modelo Logit para el primer año anterior al fracaso

Los ratios que finalmente entran en el modelo son los reflejados en la Tabla 6. La mejora en el porcentaje de clasificación correcta de las

empresas de la muestra, conforme se van introduciendo iterativamente nuevos ratios en el modelo, se puede observar a través de la Tabla 7. En el último paso, se alcanza un porcentaje de éxito en la clasificación del 95%, algo superior al análisis discriminante de 93,3%.

Tabla 6: Modelo logit para el año anterior al fracaso

Ratios	Coeficientes			Ajuste del modelo		
	β	Significación particular**		-2 log de la verosimilitud	Razón de verosimilitud*	
		Test Wald	Sig.		Chi-cuadrado	Sig.
R06	-91,251	3,467	0,063	14,517	68,661	0,000
R20	-54,673	4,444	0,035			
R23	-71,121	4,064	0,044			
Constante	2,527	1,787	0,181			

* Chi-cuadrado con 3 grados de libertad; ** Chi-cuadrado con 1 grado de libertad.

Fuente: elaborado por los autores.

Tabla 7: Resumen de las iteraciones

Paso	Variable	-2 log verosim.	Mejora -2 log verosim.	Clasific. global correcta
0	Constante	83,178	-	50,0%
1	R20	27,835	55,343	91,7%
2	R23	20,547	7,288	91,7%
3	R06	14,517	6,03	95,0%

Fuente: elaborado por los autores.

Analizándose los resultados del modelo estimado con los datos contables del año anterior al fracaso se observa que el modelo encontrado es globalmente significativo, ya que la Chi-cuadrado del modelo, con tres grados de libertad, es significativa al nivel de 0,000, lo que representa que se rechaza la hipótesis nula de que los coeficientes sean todos nulos. Además, el -2 log de la verosimilitud fue disminuyendo en cada una de las etapas del proceso, quedando en el tercer y último paso en 14,517, lo que al aproximarse a cero, que sería el ajuste perfecto, demuestra la mejora del ajuste experimentada por el modelo.

Los coeficientes β de las variables también son significativamente distintos de cero, ya que la significación del estadístico Wald, que sigue una distribución chi-cuadrado con un grado de libertad, permite rechazar la

hipótesis nula con un error inferior al 5%, excepto en el el ratio R06, en que el porcentaje de error si se rechaza la hipótesis nula es inferior al 10%.

De los tres ratios que entran en el modelo, sólo el ratio R20, de resultado antes de intereses, impuestos y extraordinarios a activo total, se encuentra también en el modelo discriminante, y es a su vez el más importante en la función Z, al igual como ocurre en el modelo discriminante, por lo que se remite a los comentarios efectuados sobre dicho ratios en el epígrafe anterior. Le sigue el ratio de rentabilidad R23 de *cash flow* tradicional a activo total y por último el ratio de liquidez R06 de tesorería a activo circulante.

Estos dos últimos ratios también rechazan la igualdad de medias mediante la prueba ANOVA de un factor. El ratio R23, conjuntamente con el R20, hacen parte del Factor 1 determinado por el análisis factorial, por lo que poseen alta correlación entre ellos (0,892). Ya el ratio R06, integra el Factor 7 del análisis factorial, que es una componente principal compuesta por tres ratios de posición de efectivo, siendo este el más correlacionado con la componente, con un coeficiente de 0,948.

Los estadísticos descriptivos de los ratios R23 y R06, expuestos en la Tabla 8, reflejan que las empresas fracasadas presentan en media un *cash flow* negativo en relación al activo de 7% en cuanto el de las empresas sanas es de 11% positivo y con relación a la liquidez a cortísimo plazo, expresada por el ratio R06, en las empresas fracasadas es en media inferior a 2%, mientras que en las sanas es superior a 4%.

Tabla 8: Descriptivos de los ratios en n-1 seleccionados por el análisis logit en n-1

Ratio	Variable	Media	Desviación típica	Media recortada al 5%
R23	Fracasada	-0,0655	0,1610	-0,0444
	Sana	0,1118	0,0633	0,108231
R06	Fracasada	0,0179	0,0205	0,01573
	Sana	0,0444	0,0679	0,03407

Fuente: elaborado por los autores.

Finalmente, resta decir que los signos negativos de los coeficientes de los tres ratios son coherentes con las expectativas (signos positivos en los coeficientes estimados para cada variable implican una relación más

estrecha entre dicha variable y la probabilidad de fracaso), ya que un incremento de la rentabilidad económica, de los recursos generados en relación al activo o de la liquidez a cortísimo plazo, conducen a una menor probabilidad de fracaso.

5.2 Modelo Logit para el segundo año anterior al fracaso

Los resultados alcanzados con el modelo logit dos años antes del fracaso derivado a través del método por pasos denotan la incorporación de un único ratio como variable independiente, además de la constante. Inclusive este ratio, fue el R20 de rentabilidad, definido como resultado antes de intereses, impuestos y extraordinarios a activo total, que fue también el único elegido por el análisis discriminante para componer la función del segundo año anterior a la crisis, por lo que se remite a los comentarios ya efectuados sobre los descriptivos de este ratio expuestos en la Tabla 5.

Los resultados del modelo propuesto para el segundo año anterior al fracaso, expuestos en las Tablas 9 y 10, reflejan un porcentaje de acierto global de 81,4%, levemente superior al del análisis discriminante de 80,0%.

Tabla 9: Modelo logit para el segundo año anterior al fracaso

Ratios	Coeficientes			Ajuste del modelo		
	β	Significación particular**		-2 log de la verosimilitud	Razón de verosimilitud*	
		Test Wald	Sig.		Chi-cuadrado	Sig.
R20	-29,057	13,902	0,000	46,864	34,911	0,000
Constante	-0,515	1,788	0,181			

* Chi-cuadrado con 1 grado de libertad; ** Chi-cuadrado con 1 grado de libertad.

Fuente: elaborado por los autores.

Tabla 10: Resumen de las iteraciones

Paso	Variable	-2 log verosim.	Mejora -2 log verosim.	Clasific. global correcta
0	Constante	81,774	-	50,8%
1	R20	46,864	34,910	81,4%

Fuente: elaborado por los autores.

Nuevamente, en forma semejante al análisis del modelo para el año anterior a la crisis, se observa a través de los resultados del modelo estimado con los datos contables del segundo año anterior al fracaso que el modelo es globalmente significativo, ya que la Chi-cuadrado del modelo es significativa al nivel de 0,000.

El -2 log de la verosimilitud quedó al final de la primera etapa en 46,864, lo que resultó superior al arrojado por el modelo correspondiente al año anterior al fracaso. Por otro lado, el coeficiente β del ratio que interviene en el modelo es significativamente distinto de cero, ya que la significación del estadístico Wald permite rechazar la hipótesis nula con un error inferior al 1%. El signo negativo del coeficiente del ratio R20 resulta coherente con las expectativas, ya que un incremento de la rentabilidad económica, conduce a una menor probabilidad de fracaso.

Los resultados obtenidos en la clasificación, tanto los relativos a la muestra global como los de error tipo I y tipo II, para los modelos de análisis logit estimados para n-1 y para n-2 son presentados en la Tabla 11.

Tabla 11: Resultados de la clasificación de los modelos logit

		Modelo n-1	Modelo n-2
Global	% Acierto	95,0	81,4
	% Error	5,0	18,6
Tipo I	% Acierto	93,3	79,3
	% Error	6,7	20,7
Tipo II	% Acierto	96,7	83,3
	% Error	3,3	16,7

Fuente: elaborado por los autores.

Analizando la desagregación del tipo de errores de clasificación obtenidos, cabe destacar respecto al análisis discriminante, que el error de tipo I, que es el más grave, con el logit es más bajo en el modelo para n-1, 6,7% versus 10% del análisis discriminante, en cuanto en los modelos para n-2 la mejora del logit se ha producido en el porcentaje de clasificación de las empresas sanas, que pasó de 80,0% en el discriminante para 83,3% con el logit.

6 Validación de los modelos de predicción de fracaso empresarial elaborados

La validación de los modelos elaborados en este estudio, a través del Método U propuesto por Lachenbruch (1967), arrojó resultados bastante satisfactorios en los dos años previos al fracaso. Como puede observarse en la Tabla 12, los modelos elaborados para el año anterior al fracaso, a través del análisis discriminante y análisis logit, presentaron resultados de validación buenos, siendo el porcentaje de acierto global del discriminante de 92% y del logit de 83%.

Tabla 12: Porcentajes de acierto de los modelos para n-1 en la estimación y validación

Acierto	Anál. Discriminante n-1		Análisis Logit n-1	
	Estimación	Validación	Estimación	Validación
Global	93,3	91,7	95,0	83,3
Tipo I	90,0	86,7	93,3	83,3
Tipo II	96,7	96,7	96,7	83,3

Fuente: elaborado por los autores.

La validación del modelo discriminante arrojó resultados muy próximos a los obtenidos en la estimación, en cuanto el modelo logit mostró un resultado un tanto inferior en la validación, lo cual es de esperar, debido al sesgo que contienen los resultados de clasificación de la misma muestra utilizada en la elaboración del modelo.

Tabla 13: Porcentajes de acierto de los modelos para n-2 en la estimación y validación

Acierto	Anál. Discriminante n-2		Análisis Logit n-2	
	Estimación	Validación	Estimación	Validación
Global	80,0	78,4	81,4	78,3
Tipo I	80,0	80,0	79,3	76,7
Tipo II	80,0	76,7	83,3	80,0

Fuente: elaborado por los autores.

La validación de los modelos estimados para el segundo año anterior al fracaso, expuestos sus resultados en la Tabla 13, también resultó muy buena en ambos modelos, lo que permite considerar los modelos estimados válidos para predecir la insolvencia de otras empresas de similares características a las de la muestra utilizada.

7 Conclusiones

El objetivo de este trabajo fue elaborar modelos de predicción de insolvencia aplicables a empresas españolas industriales y con acciones en Bolsa, para lo cual se utilizaron las técnicas estadísticas de Análisis Discriminante y Análisis Logit. Los modelos multivariantes estimados mediante ambas técnicas incorporaron tres ratios cada uno en el año anterior al fracaso, siendo éstos de rentabilidad, endeudamiento y liquidez, lo que demuestra la mejor capacidad discriminante de estos ratios, y en dicho orden.

El ratio más importante en los modelos para el año anterior al fracaso, inclusive ha sido el mismo con ambas técnicas estadísticas, corresponde a un ratio de rentabilidad de la inversión definido como resultado antes de intereses, impuestos y extraordinarios a activo total. Los segundos ratios que intervienen en las funciones son también de rentabilidad, siendo en el análisis discriminante el ratio de generación de recursos a resultado de la explotación y en el análisis logit el de generación de recursos a activo total, y el tercer ratio que interviene en cada una de las funciones es en el análisis discriminante el ratio de endeudamiento a largo plazo y en el análisis logit el de posición de efectivo.

Estas variables explicativas del fracaso, reflejan que el perfil de las empresas que acabaron suspendiendo pagos o quebrando estaban en los dos años previos con rentabilidad económica fuertemente negativa, con generación de recursos en relación al resultado de explotación inferior al 50% del de las empresas que continuaron normalmente su actividad y cuyo endeudamiento a largo plazo es prácticamente el doble que el de las empresas sanas.

Los modelos elaborados para el primer año anterior al fracaso presentan un porcentaje de acierto global en torno al 95% y en el segundo año anterior al fracaso éste se sitúa en el 80%. El modelo logit reveló resultados de clasificación levemente superiores a los del análisis discriminante en el año anterior al fracaso y similares en el segundo año, sin embargo, en la validación de los modelos el análisis discriminante se mostró mejor que el logit, manteniéndose en aquel los porcentajes de acierto de la estimación en los modelos de los dos años, en cuanto en el análisis logit el porcentaje de acierto global del año anterior al fracaso

decaió bastante, pasando del 95% al 83,3%.

Los altos porcentajes de acierto en la clasificación de las empresas fracasadas y sanas, tanto en la estimación como en la validación de los modelos, permite proponer su utilización como una herramienta adicional para la predicción del riesgo de insolvencia de empresas de similares características. Los resultados de acierto obtenidos para cada uno de los dos años anteriores al fracaso denotan que la predicción va disminuyendo a medida que nos alejamos de la fecha de fracaso, por lo que el pronóstico a un año es mejor que a dos años. Es por ello, que los modelos de predicción de insolvencia deberían ser reexaminados periódicamente, a efectos de verificar su validez y, en caso de que ésta se haya deteriorado, estimar nuevos coeficientes o introducir cambios en las variables, para que de esa forma se mantengan operativos.

La aplicación del análisis discriminante y el análisis logit en la elaboración de los modelos, ha permitido comparar sus resultados, ofreciendo este trabajo evidencia de que el análisis discriminante produce tan buenos o mejores resultados que técnicas de aplicación más reciente como la regresión logística.

Como trabajo futuro se propone realizar una validación temporal de los modelos propuestos mediante la comprobación de su funcionamiento en años posteriores, a través de la obtención de una nueva muestra de empresas industriales cotizadas. Esto permitiría, además de verificar el grado de eficacia de los modelos propuestos en años posteriores, ajustar los mismos de manera que se mantengan operativos a fin de constituir herramientas útiles para la toma de decisiones por los usuarios de los estados contables.

Referências

ALTMAN, E. **Corporate financial distress and bankruptcy**: a complete guide to predicting and avoiding distress and profiting from bankruptcy. 2. ed., New York: John Wiley & Sons, 1993.

ALTMAN, E. et al. Zeta Analysis. **Journal of Banking and Finance**, p. 29-54, Jun., 1977.

ALTMAN, E. Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy. **Journal of Finance**, p. 589-609, Sept., 1968.

BEAVER, W. H. Financial ratios as predictors of failure, in empirical research in accounting selected studies, **Journal of Accounting Research**, v. 4, Jan., p. 71-111, 1966.

BLUM, M. Failing company discriminant analysis. **Journal of Accounting Research**, spring, p. 1-25, 1974.

CASEY, C.; BARTCZAK, N. Cash flow, it is not the bottom line. **Harvard Business Review**, Jul.-Aug., p. 61-66, 1984.

CASEY, C.; BARTCZAK, N. Using operating cash flow data to predict financial distress: some extensions. **Journal of Accounting Research**, v. 23, n. 1, spring, p. 384-401, 1985.

DAMBOLENA, I.; KHOURY, S. Ratio stability and corporate failure. **Journal of Finance**, Sept, p. 1017-1026, 1980.

DEAKIN, D. A Discriminant analysis as predictor of business failure. **Journal of Accounting Research**, spring, p. 167-179, 1972.

DEAKIN, E. B. Distribution of financial accounting ratios: some empirical evidence. **The Accounting Review**, Jan., p. 90-96, 1976.

EDMISTER, R. O. An empirical test of financial ratios analysis for small business failure prediction. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, Mar., p. 1477-1493, 1972.

EISEMBEIS, R. Pitfalls in the application of discriminant analysis in business, finance and economics. **Journal of Finance**, Jun., p. 875-900, 1977.

RECKA, T.; HOPWOOD, W. The effects of outliers on the cross sectional distributional properties of financial ratios. **The Accounting Review**, Jan., p. 115-128, 1983.

GABÁS, F. **Técnicas actuales de análisis contable. evaluación de la solvencia empresarial**. Madrid: Instituto de Contabilidad y Auditoría de Cuentas, 1990.

GABÁS, F. Predicción de la insolvencia empresarial, in CALVO-FLORES, A.; GARCÍA, D. (Coord.). **Predicción de la Insolvencia Empresarial**. Madrid: AECA, p. 11-31, 1997.

GENTRY, J. et al. Classifying Bankrupt Firms with Funds Flow Components. **Journal of Accounting Research**, v. 23, n. 1, spring, p. 146-160, 1985.

HAIR, J. et al. **Análisis Multivariante**. 5. ed. Madrid: Prentice Hall Ibérica, 1999.

LACHENBRUCH, P. A. An Almost Unbiased Method of Obtaining Confidence Intervals for the Probability of Misclassification in Discriminant Analysis. **Biometrics**, n. 23, Dec., p. 639-645, 1967.

LACHENBRUCH, P. A.; MICHKEY, M. R. Estimation of Error Rates in Discriminant Analysis. **Technometrics**, v. 10, n. 1, Feb., p. 1-11, 1968.

LIBBY, R. Accounting Ratios and the Prediction of Failure: some behavioral evidence. **Journal of Accounting Research**, v. 13, p. 150-161, 1975.

OHLSON, J. A. Financial Ratios and Probabilistic Prediction of Bankruptcy. **Journal of Accounting Research**, v. 18, spring, p. 109-131, 1980.

ONTIVEROS, E.; VALERO, F. **Crisis Económica y Crisis Empresarial**, in Crisis Económica y Derecho Concursal. Madrid: Consejo General de Colegios de Economistas de España, p. 13-32, 1987.

SERRANO, C. **Las Redes Neuronales Artificiales en el Análisis de la Información Contable**. 1995. Zaragoza: (Tesis de Doctorado en Contabilidad) – Programa de Contabilidad, Universidad de Zaragoza.

TAFFLER, R.; TISSHAW, H. Going, Going, Gone-Four. **Accountancy**, n. 1003, p. 50-54, Mar., 1977.

TAFFLER, R. Forecasting Company Failure in the UK Using Discriminant Analysis and Finance Ratio Data. **Journal of the Royal Statistical Society**, s. A3, n. 145, pte. 3, p. 342-358, 1982.